

از حقایق حقایق



شکسار از حقایق

ریاضیات جامع دهم

سید امیر میرمویذ

ارائه در سنامه های فصل به فصل و بیان اشتباهات متداول

تمرینات و تستهای آموزشی، تمرینی و ارزیابی

تست های آزمون های بین المللی، کنکور داخل و خارج کشور

## مقدمه ای کوتاه

پس از حدود ۱۰ سال تدریس ریاضی و دروس مهندسی در دانشگاه و مدارس برتر و شناخت نقاط ضعف و قوت دانش آموزان کنگوری در درس ریاضی، تصمیم گرفتیم با تغییر کتاب های درسی جزوه ای کامل و جامع برای دانش آموزان عزیزم گردآوری نمایم. از آنجا که همواره به برابری آموزشی در کشور عزیزمان ایران اعتقاد داشتیم مصمم شدم این جزوه را که انشالله به زودی به کتاب تبدیل خواهد شد از طریق فضای مجازی در دسترس تمام دانش آموزان علاقمند کشورم قرار بدهم.

افتخار من تربیت و همراهی شاگردانی با رتبه های برتر کنکور و همپنین دانشجویانی قوی و تحلیلگر است که همه آنها را اکنون دوستان خود می دانم. امروز نیز هرکسی از این دست نوشته استفاده نماید به گروه بزرگ دوستان من اضافه خواهد شد.

هرگز فراموش نکنید که شما میتوانید، فقط باید با تمام وجود بخواهید...

سیدامیر میرمویز

تابستان ۱۳۹۶

# فصل اول



## مجموعه، گوی، دنباله

" می توان بر مشکلات واقعی  
غلبه کرد، تنها خیال و وهم است  
که شکست ناپذیر است. "

# Always Keep Your Eyes On The



# End Goal.

کوه بلندی بود که لانه عقابی با چهار تخم بر بلندی آن قرار داشت. یک روز زلزله ای کوه را به لرزه در آورد و باعث شد که یکی از تخم ها از دامنه کوه به پایین بلغزد. بر حسب اتفاق آن تخم به مزرعه ای رسید که پر از مرغ و خروس بود. مرغ پیری داوطلب شد تا روی آن بنشیند تا جوجه به دنیا بیاید. یک روز تخم شکست و جوجه عقاب از آن بیرون آمد. او زندگی و خانواده اش را دوست داشت اما چیزی از درون او فریاد می زد که تو بیش از این حتی، به پرواز بیندیش!

یک روز در مزرعه متوجه چند عقاب شد که در آسمان اوج می گرفتند و پرواز می کردند. عقاب آهی کشید و گفت: ای کاش من هم می توانستم مانند آنها پرواز کنم. مرغ و خروس ها شروع کردند به خندیدن و گفتند: تو خروسی و یک خروس هرگز نمی تواند بپرد. اما عقاب همچنان به خانواده اش که در آسمان پرواز می کردند خیره شده بود و در آرزوی پرواز به سر می برد. اما هر موقع که عقاب از رویایش سخن می گفت به او می گفتند: که رویای تو به حقیقت نمی پیوندد و عقاب هم کم کم باور کرد. بعد از مدتی او دیگر به پرواز فکر نکرد و مانند یک خروس به زندگی ادامه داد و بعد از سالها زندگی خروسی، از دنیا رفت.

یادت باشد تو همانی که می اندیشی، هرگاه به این اندیشیدی که تو یک عقابی، به دنبال رویای هایت برو و به یار و همایون های مرغ و خروسهای اطرافت فکر نکن...



## بخش اول: مجموعه

مجموعه، دسته‌ای مشخص از اشیا، افراد، اعداد یا ... هستند که بخاطر داشتن ویژگی‌های مشترکی گرد هم آمده‌اند. برای نمایش مجموعه‌ها معمولاً از یک حلقه بسته یا یک جفت آنگولار "{}" استفاده می‌کنیم. مثلاً مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی را به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

## ویژگی‌های یک مجموعه:

### عضو مجموعه:

به هر کدام از اشیا یا افراد حاضر در مجموعه "عضو مجموعه" گفته می‌شود. برای نمایش عضو بودن از علامت " $\in$ " و برای نمایش عضو نبودن از علامت " $\notin$ " استفاده می‌کنیم.

اعداد اول دو رقمی  $\in 11$

$$55 \notin \{5, 15, 25, \dots, 100\}$$

### عدداصلی مجموعه:

به تعداد عضوهای یک مجموعه مثل  $A$  (مجموعه‌ها را با حرف‌های بزرگ نشان می‌دهند) عدد اصلی می‌گوییم و آنرا با  $n(A)$  نشان می‌دهیم.

**تذکره:** در یک مجموعه نباید عضو تکراری داشته باشیم (عضوهای تکراری حذف می‌شوند) یعنی در

شمارش اعضای یک مجموعه اعضای تکراری یکبار شمرده می‌شوند.

$$A = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow n(A) =$$

$$B = \left\{ 2, 4, 6, 8, \frac{16}{2}, 4, 1+1 \right\} \Rightarrow n(B) =$$

## مجموعه تهی:

به مجموعه ای گفته می شود که هیچ عضوی نداشته باشد و آنرا با " $\emptyset$ " و یا " $\{\}$ " نشان می دهند. به عنوان مثال مجموعه اعداد اول زوج دو رقمی یک مجموعه تهی است چون هیچ عضوی ندارد. دقت کنید  $\{0\}$  و  $\{\emptyset\}$  تهی نیستند.

## یادآوری مجموعه های مساوی

به دو مجموعه که عضوهای آن ها کاملاً یکسان باشند مجموعه های مساوی گفته می شود. (جابجا بودن اعضا مهم نیست). به عنوان مثال دو مجموعه  $A$  و  $B$  در مثال بالا مساویند.

□ مثال: دو مجموعه  $A = \{x+4, 6\}$  و  $B = \{x+y, 8\}$  مساویند. مقادیر  $x$  و  $y$  کدامند؟

## زیرمجموعه های یک مجموعه:

اگر مجموعه ای مثل  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  داشته باشیم آنگاه مجموعه ای مثل  $B = \{2, 4\}$  را که همه اعضای آن درون  $A$  قرار دارند زیرمجموعه  $A$  نامیده میشود و آنرا با " $B \subset A$ " نشان می دهیم. اما مجموعه مثل  $C = \{2, 4, 10\}$  زیرمجموعه  $A$  نیست زیرا عضوی مانند 10 دارد که در  $A$  وجود ندارد و می نویسیم:

$$C \not\subset A$$

## نوشتن زیرمجموعه های یک مجموعه:

تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{تعداد زیر مجموعه ها} = (2)^n$$

برای نوشتن زیر مجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی کافی است ابتدا زیر مجموعه بدون عضو (تخت) آنرا نوشته و سپس مجموعه های یک عضوی، دو عضوی، سه عضوی تا  $n$  عضوی را بنویسیم و تعداد را با فرمول بالا مقایسه کنیم.

**نکته:** مجموعه تخت زیر مجموعه هر مجموعه ای می باشد. همچنین هر مجموعه ای زیر مجموعه خودش می باشد.

**نکته قدرتی:** اعضای مجموعه نیاز به آنکود اضافه ندارند ولی زیر مجموعه حتما باید داخل آنکود باشد تا آنرا قبول کنیم.

**نکته قدرتی:** اگر مجموعه ای دارند که خیلی اعضای آن جزئیات دارد می توانیم اعضای که با "و" جدا شده اند را با شکل های هندسی و یا عدد گذاری کنیم.

**مثال:** اعضا و همه زیر مجموعه های  $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{\{1\}, \{2\}\}$  را بنویسید.

**تمرین:** اعضا و همه زیر مجموعه های  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$  را بنویسید.

**تست:** اگر  $A = \{2, \{2\}\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$  باشد کدام رابطه نادرست است؟ (۸۶ ریاضی)

(خارج)

$B \in C$  (۴)

$A \in B$  (۳)

$A \subset B$  (۲)

$B \subset C$  (۱)

## مجموعه‌های عددی مهم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad \text{۱- اعداد طبیعی (N)}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad \text{۲- اعداد حسابی (W)}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad \text{۳- اعداد صحیح (Z)}$$

۴- اعداد گویا (Q) همه اعداد کسری که صورت و مخرجشان عدد صحیح و مخرج

$$Q = \left\{ \frac{2}{3}, -2, 0/3, 0, \sqrt{4}, \dots \right\} \quad \text{غیر صفر باشد. مثل:}$$

$$Q' = \{\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots\} \quad \text{همه اعداد غیر گویا مثل:}$$

همه اعداد

$$O = \{1, 3, 5, \dots\} \quad \text{۶- اعداد حقیقی (R)}$$

$$P = \{2, 4, 6, \dots\} \quad \text{۷- اعداد فرد طبیعی (O)}$$

$$\text{۸- اعداد زوج طبیعی (P)}$$

## صورت‌های مختلف نشان دادن یک مجموعه

هر مجموعه را به چهار روش می‌توان نشان داد

۱- **عبارت متنی:** عبارتی را به عنوان معرفی یک مجموعه می‌پذیریم که کاملاً اجزای درون آن را مشخص کند. مثلاً وقتی می‌گوییم مجموعه اعداد اول، کاملاً مشخص است ۱۳ درون این مجموعه است ولی ۱۵ درون مجموعه نیست. اما وقتی می‌گوییم مجموعه افراد خوش صحبت معلوم نیست که منظور از خوش صحبت چه کسی است. پس این عبارت نشان دهنده مجموعه نیست.

□ **مثال:** کدامیک از عبارتهای زیر یک مجموعه است؟

الف) اعداد صحیح بزرگتر از ۱۰۰

ب) ۱۰ عدد زوج

ج) دانش آموزان قد بلند



□ **مثال:** در مجموعه  $P = \{2, 4, 6, 7, 9, 10\}$  زیرمجموعه حداقل چند عضو  $S$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که جمع دو عضو آن حتماً فرد می‌شود؟

□ **تست:** مجموعه  $S$  مجموعه اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم به ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چند عضو  $S$  از  $S$  انتخاب شود که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ است؟ (۹۴ ریاضی خارج)

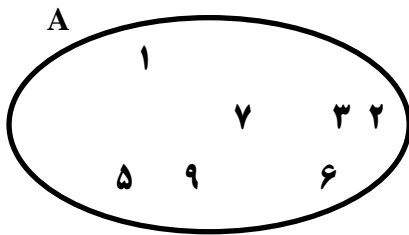
الف) ۵      ب) ۶      ج) ۷      د) ۸

## ۲- نشان دادن اعضا: عضوهای مجموعه را داخل آکولاد می‌نویسیم

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{\text{لوزی, متوازی الاضلاع, ذوزنقه, مربع}\}$$

۳- **نمودار ون:** اگر مجموعه را با حلقه بسته نشان دهیم به آن نمودار ون می‌گویند (این شیوه نمایش بیشتر برای تایید درستی روابط بین مجموعه‌ها استفاده می‌شود).



## ۴- نوشتن مجموعه به زبان ریاضی:

می‌خواهیم توضیح کلامی را با استفاده از نمادهای ریاضی نشان دهیم. بدین منظور:

**گام اول:** ابتدا یک الگوی عددی برای عددهای مجموعه پیدا میکنیم که اعضای متوالی یکی از مجموعه‌های اصلی گفته شده آنرا بنزد.

**گام دوم:** اعداد مورد نظر را با یک حرف انگلیسی نشان می‌دهیم مثلاً "x". در الگوی عددی x را قرار می‌دهیم و بعد از آن یک خط عمودی کوچک "الگو" قرار می‌دهیم که معنی آن "به طوری که" است.

**گام سوم:** پس از آن باید مشخص کنیم که این اعداد سازنده الگو عضو چه مجموعه‌ای هستند و چه محدوده‌ای دارند.

مثلاً در مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ اعداد مورد نظر ما عضو  $N$  هستند و از ۱۰ کوچکتر هستند:

$$A = \{x \mid x \in N, x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

**نکته:** ممکن است برای یک مجموعه چندین شیوه درست نوشتن به زبان ریاضی وجود داشته باشد

$$A = \{x + 2 \mid x \in Z, -1 \leq x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{x - 2 \mid x \in Z, 3 \leq x < 12\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

**یادآوری:** اگر به عنوان مثال اعداد طبیعی بنویسیم  $5 < x \leq 2$ ، یعنی اعداد مورد نظر ما از ۲ بزرگتر هستند و از ۵ کوچکترند. عدد ۲ جزو اعداد مورد نظر ما نیست اما عدد ۵ عضو مجموعه ما می‌باشد.

$$A = \{2, 3, 4\}$$

□ **مثال:** هر یک از مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید:

$$O = \{-6, -5, -4, \dots\}$$

$$A = \{\dots, -8, -4, 0, 4, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$$

$$C = \{3, 7, 11, 15, \dots\}$$

## پیدا کردن اعضای یک مجموعه از روی تعریف ریاضی آن:

برای نوشتن اعضای مجموعه:

**گام اول:** ابتدا از روی شرط های سمت راست اشتراک اعضای آن ها را پیدا می کنیم.

**گام دوم:** اعضای بدست آمده را در رابطه ای که مجموعه در سمت چپ مشخص کرده است قرار می دهیم.

مثلا اگر داشته باشیم  $A = \{x + 4 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 10\}$  متوجه می شویم اعداد مورد نظر ما اعداد صحیح هستند که از -1 بزرگتر و از 10 کوچکترند (خود را هم قبول است). اکنون باید این اعداد را در رابطه " $X + 4$ "

قرار دهیم تا اعضای مجموعه بدست آیند. یعنی  $X = \{-1, 0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$  را در رابطه " $X + 4$ " قرار

دهیم تا بدست بیاید:  $A = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots, 13\}$

□ **مثال:** هر یک از مجموعه های زیر را با نوشتن اعضایشان مشخص کنید:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 7\}$$

$$B = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}, k < -2\}$$

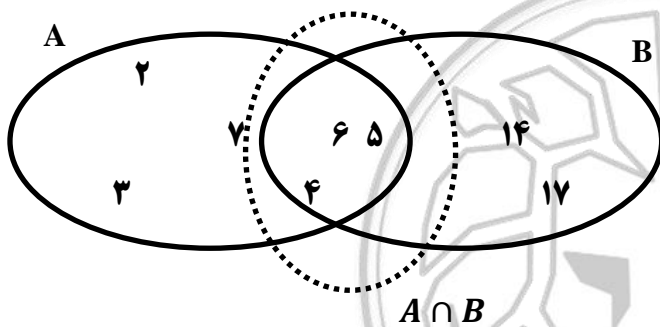
$$C = \{x^2 \mid x \in \mathbb{W}, 3 \leq x < 5\}$$

$$A = \left\{x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}\right\}$$

## یادآوری اشتراک مجموعه‌ها

اگر عضوهای مشترک دو مجموعه یا چند مجموعه را درون یک مجموعه بنویسیم به آن اشتراک می‌گویند و آنرا با نماد " $\cap$ " نشان می‌دهند.

$$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{14, 4, 5, 6, 17\} = \{4, 5, 6\}$$

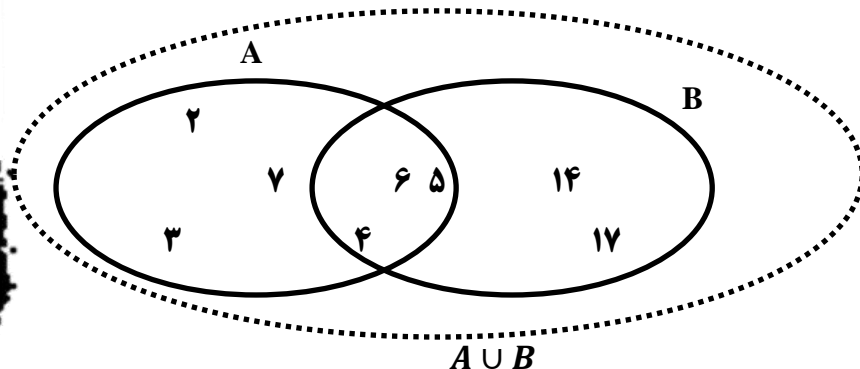


**توجه:** به دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند دو مجموعه "جدا از هم" گفته می‌شود.

## اجتماع مجموعه‌ها

اگر همه عضوهای دو یا چند مجموعه را درون یک مجموعه بزرگ بنویسیم به مجموعه ایجاد شده مجموعه اجتماع گفته می‌شود و آنرا با نماد " $\cup$ " نشان می‌دهند. (یکی از عضوهای تکراری مجموعه اجتماع را باید حذف کنیم).

$$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cup \{14, 4, 5, 6, 17\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 14, 17\}$$



## تفاضل دو مجموعه:

به  $A - B$  تفاضل دو مجموعه  $A$  و  $B$  می‌گوییم. به این معنی که در  $A$  وجود دارد ولی در  $B$  وجود ندارد (عضوهای مشترک را از  $A$  حذف می‌کنیم).

مثال: اگر  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ،  $B = \{2, 3, 9\}$  و  $C = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(A \cup C) - (B \cap C) =$$

فکر کنید: (الف) اگر  $A \subset B$  باشد آنگاه اجتماع آنها  $B$  (مجموعه بزرگتر) است و اشتراک آنها  $A$  (مجموعه کوچکتر) است.

(ب) اگر  $A$  مجموعه دلخواه باشد آنگاه:

الف)  $A \cap \emptyset = \emptyset$

ج)  $A - \emptyset = A$

ب)  $A \cup \emptyset = A$

د)  $\emptyset - A = \emptyset$

مثال: کدامیک از موارد زیر صحیح می‌باشد؟

فکر کنید: در چنین مواردی استفاده از نمودار ون پیشنهاد می‌شود.

$$B \cap (B \cup C) = C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



□ تست: اگر  $A \cup (B - A) = B$  باشد، آنگاه: (۸۶ ریاضی)

$B = \emptyset$  (۴)

$A = \emptyset$  (۳)

$B \subset A$  (۲)

$A \subset B$  (۱)

□ تست: اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$  و  $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ ،  $C = \{1, 2, 3\}$  است؟ (۸۶ ریاضی خارج)

$A - B = \{C\}$  (د)

$B - C = \{1, 2\}$  (ج)

$B - C = \emptyset$  (ب)

$A - B = C$  (الف)



# You Can Change The World



مردی در ساحل رودخانه‌ای نشسته بود که ناگهان متوجه شد مرد ریگزی در چشمان امواج  
خروشان رودخانه گرفتار شده است و کمک می‌طلبد. داخل رودخانه شد و مرد را به ساحل آورد، به او  
تفحص مصنوعی داد و به دست تیم اورژانس سپرد. هنوز حال غریق جا نیامده بود که شنید دو نفر  
ریگزی که در حال غرق شدن در رودخانه اند کمک می‌خواهند. دوباره به رودخانه پرید و به زحمت آن  
دو نفر را هم نجات داد. اما پیش از آنکه فرصت پیدا کند به آنها کمک کند صدای چهار نفر ریگزی که  
در حال غرق شدن بودند، شنید. بالاخره آن مرد آن قدر قربانی نجات داد که خودش خسته  
شده و از پا افتاد. ولی صدای فریاد کمک از طرف رودخانه قطع نمی‌شد. کاش این مرد خیرخواه  
چند قدمی به طرف بالای رودخانه می‌رفت و متوجه می‌شد که دیوانهای مردم را یکی یکی به آب  
می‌اندازد. در این صورت از پای نمی‌افتاد.

گاهی اگر به جای رفع موقت مشکل نمره پایین به مبارزه با علت واقعی اون بپردازید به موفقیت  
بیشتری دست پیدا میکنید. پس خودتون، نقاط ضعف و توانایی هاتون رو خوب بشناسید...

## بخش دوم: تعریف بازه

### یادآوری نامعادله:

برای حل نامعادله مانند یک معادله معمولی عمل می‌کنیم با این تفاوت که اگر پشت مجهول ما منفی وجود داشته‌ی یکبار برای حذف منفی جهت علامت بزرگتر یا کوچکتر را عوض می‌کنیم.

□ مثال: نامعادله‌های زیر را حل کنید و جواب را به صورت زبان ریاضی بنویسید

الف)  $7 < 3x + 1$

ب)  $3 < \frac{2x + 1}{3} < -1$

### بازه‌های اعداد حقیقی

برای ساده نویسی مجموعه‌های اعداد حقیقی که به زبان ریاضی نوشته شده‌اند (مانند مثال قبلی) آنها را به صورت بازه‌های در می‌آوریم که از خواندن زیر بیرونی می‌کنند:

نام بازه	نمایش مجموعه	نمایش بازه	نمایش محوری
باز	$\{x   x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	$(a, b)$	
بسته	$\{x   x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
نیم باز	$\{x   x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
نیم باز	$\{x   x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
باز	$\{x   x \in \mathbb{R}, a > x\}$	$(a, +\infty)$	

نیمه باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \geq x\}$	$[a, +\infty)$	
باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x\}$	$(-\infty, a)$	
نیم باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x\}$	$(-\infty, a]$	

□ **مثال:** نمایش بازه ای پاسخ نامعادلات مثال قبل را بنویسید

□ **مثال:** نمایش بازه ای مجموعه  $\{x \in \mathbb{R}, 1 < x, x \geq -2\}$  را بنویسید.

□ **آزمون:** جواب نامعادله  $1 - 2x \leq 0$  کدام بازه زیر است؟ (۸۶ ریاضی)

(د)  $[-4, 4]$

(ج)  $[0, \frac{1}{2}]$

(ب)  $[-2, 2]$

(الف)  $[-1, 1]$

## اجتماع و اشتراک بازه‌ها:

توانید اجتماع، اشتراک و تفاضل بین بازه‌ها مشابه توانید حاکم بر مجموعه‌هاست.

بهترین روش برای انجام اعمال گفته شده روی بازه‌ها استفاده از محور است تا سرعت و دقت همزمان زیاد شود. برای بدست آوردن جواب از روی محور

### گام اول:

اشتراک: محدوده‌های مشترک دو بازه در محور.

اجتماع: کل محدوده‌ای که توسط بازه‌ها پوشش داده شده است.

تفاضل: محدوده بازه اول جایی که بازه دوم اصلاً وجود ندارد.

### گام دوم:

همانطور که میدانیم سمت بینهایت همیشه باز است.

اشتراک: اگر در آن نقطه همه بازه ها سیاه باشد (وجود داشته باشد) عدد بسته خواهد شد.  
 اجتماع: اگر در آن نقطه حتی یک بازه سیاه باشد (وجود داشته باشد) عدد بسته خواهد شد.  
 تقاضل: اگر در آن نقطه بازه اول سیاه باشد و بازه دوم سیاه نباشد عدد بسته خواهد شد.

□ مثال: حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف)  $(-2, 4) \cup (2, 5]$

ب)  $(2, 7] \cup (3, 7)$

ج)  $(-\infty, 3) - (-\infty, 1]$



□ مثال: اگر  $A_n = \left(-\frac{2}{n-1}, \frac{n-2}{n}\right]$  به صورت بازه باشد، بازه  $A_3$  و  $A_1$  را بیابید.



□ **تست:** اگر  $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$  به صورت بازه باشد، آنگاه مجموعه  $A_3 - A_6 \cup A_3$  برابر کدام است؟ (۸۶ ریاضی خارج)

- الف)  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$       ب)  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$       ج)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$       د)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

□ **تست:** اگر  $A_i = \left(-i, \frac{9-i}{2}\right), i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  به صورت بازه باشد، آنگاه مجموعه  $(A_3 \cap A_5) - (A_3 \cap A_7)$  برابر کدام است؟ (۹۲ ریاضی)

- الف)  $(1, 2) \cup (-2, -1)$       ب)  $[1, 2] \cup [-2, -1]$       ج)  $[-1, 1]$       د)  $\emptyset$

### مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

□ **تست:** مجموعه اعداد طبیعی، حساب و صحیح را به ترتیب با  $N, W, Z$  نشان می‌دهیم. کدام مجموعه متناهی است؟ (کنکور انج)

- الف)  $Z - W$       ب)  $W \cap N$       ج)  $Z \cap W$       د)  $W - N$

□ **تست:** معمولاً مجموعه‌های عضو اعداد حقیقی  $(R)$ ، اعداد گویا  $(Q)$  و اعداد ننگ  $(Q')$  نامتناهی هستند ولی اعداد عضو مجموعه طبیعی، حساب و صحیح فقط در حالتی نامتناهی هستند که به سمت منفی یا مثبت بینهایت ادامه داشته باشند.

## بخش دوم: متمم یک مجموعه

### مجموعه مرجع:

اگر بخواهیم اعضای مجموعه  $\{x \mid -2 < x < 3\}$  را بنویسیم

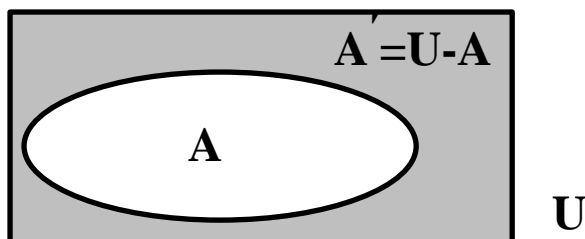
اگر در ذهن خود اعداد <u>طبیعی</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>حسابی</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>صحیح</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>حقیقی</u> را در نظر گرفته باشیم	

جواب های مختلف در ریاضیات مطلوب نیست و دلیل این عدم یکتایی در پاسخ نبود یک مجموعه به عنوان مجموعه مرجع است که با تعیین آن تنها یکی از پاسخ ها درست خواهد بود.

### تعریف مجموعه متمم:

### مجموعه متمم

اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subset U$  باشد، آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم مجموعه  $A$  می نامیم و با نماد  $A'$  نشان می دهیم (یعنی هر آنچه در  $U$  هست بجز آنچه  $A$  دارد).



$$A' = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$

□ مثال: متهم هر یک از مجموعه های زیر را با توجه به مجموعه مرجع بنویسید:

$$A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$U = N$$

$$B = N$$

$$U = Z$$

$$C = (-\infty, -2)$$

$$U = R$$

$$D = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$$

$$U = [0, 1]$$

فکته: خوانین زیر برای اثبات آزمون های تشریحی بسیار کاربردند ولی توصیه میشود در سوالات تستی از

نمودار "ول" استفاده شود.

$$1) (A')' = A$$

$$4) \begin{cases} \emptyset' = U \\ U' = \emptyset \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} A' \cup A = U \\ A' \cap A = \emptyset \end{cases}$$

$$5) A \subset B = A' \supset B'$$

$$3) \begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

$$6) A - B = A \cap B'$$

میرمویک

□ مثال: عبارت زیر را ساده کنید.

$$(A - B) \cap [(A \cup B) \cap (B - A)'] =$$

□ تست: مجموعه A، ۵ عضو بیشتر از مجموعه A' دارد. خارج قسمت تقسیم یا تقاضل تعداد زیرمجموعه های این دو مجموعه کدام است؟ (۸۶ ریاضی)

- (۱) خارج قسمت ۲۵      (۲) خارج قسمت ۳۲      (۳) تقاضل ۲۵      (۴) تقاضل ۳۲

□ تست: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی و  $A \cap B' = B \cap A'$  انگاه مجموعه  $(A \Delta B) - A$  کدام است؟  $[(X \Delta Y) = (X - Y) \cup (Y - X)]$  (۹۰ ریاضی خارج)

- (۱)  $\emptyset$       (۲) A      (۳) B      (۴) B'

□ تست: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی و  $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A$  انگاه مجموعه  $B \cap A'$  کدام است؟  $[(X \Delta Y) = (X - Y) \cup (Y - X)]$  (۹۳ ریاضی خارج)

- (۱) A      (۲) B      (۳) A'      (۴)  $\emptyset$

□ تست: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشد،  $(A \cap B') - (B - A)$  کدام است؟ (۹۱ ریاضی خارج)

- (۱) B'      (۲)  $\emptyset$       (۳)  $A \cap B$       (۴)  $A - B$

□ تست: مجموعه  $(A - B)' \cap (B \cup A) \cap A'$  برابر کدام است؟ (۸۸ ریاضی)

- (۱)  $B - A$       (۲) B      (۳)  $\emptyset$       (۴) A'

□ تست: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشد،  $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$  کدام است؟ (۸۹ ریاضی)

- (۱)  $A' - B'$       (۲)  $(A - B)'$       (۳) A'      (۴)  $\emptyset$

□ تست: متمم مجموعه  $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$  برابر کدام است؟ (۹۴ ریاضی خارج)

- (۱) A      (۲) B'      (۳)  $B' \cap A'$       (۴)  $\emptyset$

□ تست: متمم مجموعه  $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$  برابر کدام است؟ (۹۵ ریاضی خارج)

- (۱) B'      (۲)  $A \cap C$       (۳) A      (۴)  $A \cap C'$

## تعداد اعضای یک مجموعه:

برای یافتن تعداد اعضای مجموعه  $A \cup B$  نمی‌توانیم بگوییم حاصل جمع تعداد اعضای مجموعه  $A$  و  $B$  است چون اعضای مشترک (دو بار شمرده می‌شوند و باید  $A \cap B$  از آنها کم شود. بنابراین با داشتن تعداد اعضای برخی از مجموعه‌ها می‌توانیم تعداد اعضای بعضی مجموعه‌ها را که وابسته به آنها هستند را بدست بیاوریم.

۱)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  ← مهمترین

۲)  $n(A - B) = n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$

۳)  $n(A') = n(U) - n(A)$

۴)  $n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$

□ مثال: اگر  $n(A) = ۱۶$ ،  $n(A \cap B) = ۱۲$  و  $n(A \cup B) = ۲۶$  باشد، آنگاه  $n(B)$  را بدست آورید.

میرمویک

نکته:



□ مثال: در یک کلاس ۲۷ نفری ۱۰ نفر خوش قیافه و ۲۴ نفر قد بلند هستند. اگر ۹ نفر هم خوش قیافه قد بلند باشند آنگاه:

الف) چند نفر فقط فقط قد بلند هستند؟

ب) چند نفر نه خوش قیافه هستند و نه قد بلند؟

□ تمرین: مجموعه A دارای ۱۴ و مجموعه B دارای ۱۷ و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۵ عضو است.

الف) تفاضل متقارن A و B چند عضو دارد؟ (تفاضل متقارن دو مجموعه A و B یعنی  $(A - B) \cup (B - A)$ )

ب) متمم A چند عضو دارد؟

□ تمرین: در یک نظرسنجی از ۲۰۰ بازیکن گیم آنلاین، مشخص شد که ۱۰۰ نفر بازی Clash of clans و

۱۲۵ نفر شان بازی Dead Trigger را در یک سال گذشته بازی کرده اند. همچنین ۴۵ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو بازی را انجام داده اند. چه تعداد از این بازیکنان در یک سال گذشته:

الف) دست کم یکی از این دو بازی را انجام داده اند.

ب) فقط بازی clash را بازی کرده اند.

پ) دقیقاً فقط یکی از این دو بازی استفاده کرده اند.

ت) از هیچ یک از این بازی ها را انجام نداده اند.

□ تست: اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < n, 2^m < 2n\}$ ، آنگاه مجموعه  $(A_6 - A_4) \cup A_1$  چند

عضو دارد؟ (ریاضی ۹۴)

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

□ تست: اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$ ، آنگاه مجموعه زیر چند عضو دارد؟ (ریاضی خارج

(۸۷)

$$\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i =$$

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)



# الگو

۱, ۴, ۹, ...

۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

برای اینکه هر جمله از یک دنباله را بتوانیم حدس بزنیم لازم است که بدانیم این دنباله برای  $n$  امین عدد چند می شود. به رابطه ای بر حسب  $n$  که برای جمله  $n$ ام می سازیم جمله عمومی می گویند و یافتن آن را الگو یا بسج می نامند.

۱, ۴, ۹, ...

۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

فکت: معمولاً جمله عمومی را با  $a_n$ ,  $t_n$  و  $u_n$  نشان می دهند. منظور از  $\{t_n\}$  نوشتن کل اعضای دنباله می باشد.

## یافتن جمله عمومی الگوی عددی:

**گام اول:** رسم یک جدول دو ردیفی با تعداد ستون یکی بیشتر از تعداد اعداد

**گام دوم:** نام ردیف اول را شماره عدد (شماره شکل) و نام ردیف دوم را عدد (تعداد اعضای شکل) می گذاریم.

**گام سوم:** هر عدد را زیر شماره آن مینویسیم و شماره عدد آخر که خالی است  $n$  میگذاریم.

**گام چهارم:** پس تلاش میکنیم یک عبارت ریاضی بنویسیم که همه عددهای ردیف اول را بتوانیم به عدد

زیر آن در ردیف دوم تبدیل کنیم. (این عبارت باید برای همه اعداد ستونها صادق باشد)

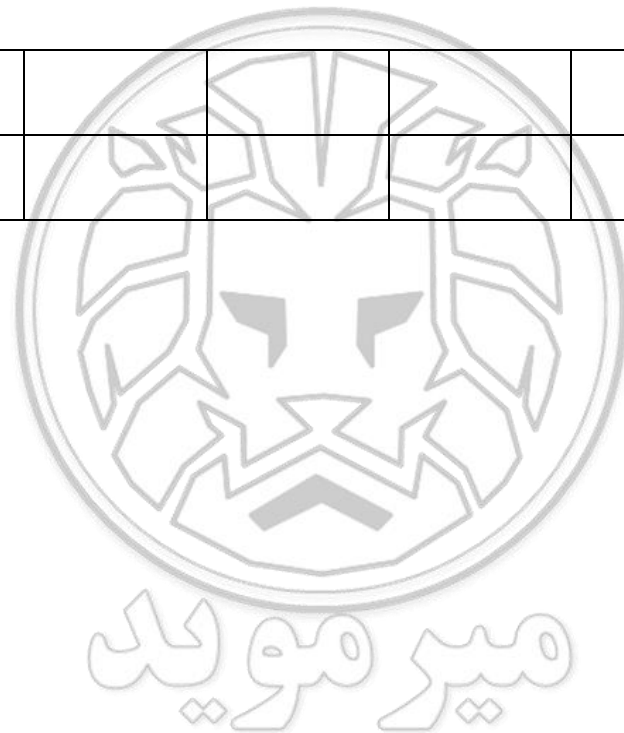
**گام پنجم:** پس از یافتن عبارت در ستون آخر جای شماره عدد  $n$  میگذاریم تا الگوی عددی پیدا شود.

□ **مثال:** الگوهای عددی مربوط به هر ردیف عدد را بیابید:

... و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ (الف)

شماره عدد						$n$
عدد						

... و ۱۶ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ (ب)



## الگوی خطی

### یادآوری معادله خط:

همانطور که در سال گذشته آموختیم می توانیم با داشتن شیب خط ( $a$ ) و یک نقطه از آن  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  می توانیم با فرمول زیر معادله خط را بنویسیم:

$$(y - y_1) = a(x - x_1)$$

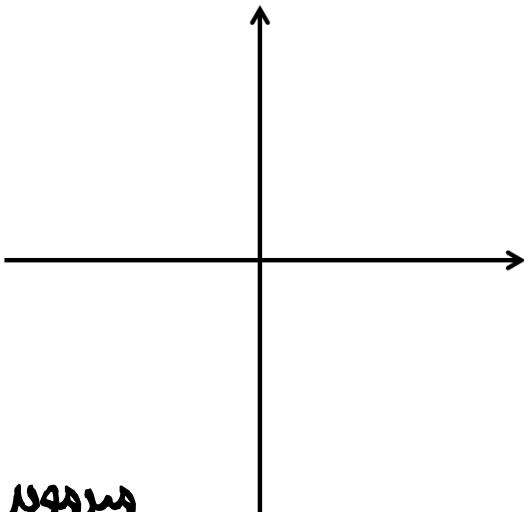
اگر با داشتن دو نقطه  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$  هم می توان معادله خط را بدست آورد اما باید اول شیب را از رابطه زیر محاسبه نمود و سپس در معادله قبلی قرار داد:

$$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

### تعریف الگوی خطی:

میرمویک

مثال: اگر جمله ۱۰ام یک الگوی خطی ۴۱ و جمله ۱۳ام آن ۵۰ باشد، آنگاه جمله عمومی آن کدام است؟ ۵  
جمله اول را روی محور مختصات رسم کنید.



میرمویک

۲۹ / مجموعه ها



□ تمرین: اگر جمله ۵ ام یک الگوی خطی ۱۸ و جمله ۱۲ ام آن ۳۹ باشد، آنگاه جمله عمومی آن کدامست؟

## جمله عمومی غیر خطی

جملات برخی از الگوها روی یک خط قرار نمی گیرند. جمله عمومی این الگوها را جمله عمومی غیر خطی میگویند که با قرار دادن اعداد طبیعی به جای  $n$  در آنها میتوانیم جملات الگو را بیابیم.

□ مثال: در دنباله زیر مجموع جملات  $n$  ام و  $(n-1)$  ام کدام است؟

۲, ۸, ۲۴, ...

فکت: دنباله ای که جملات آن مرتباً افزایش یابند را دنباله های صعودی میگویند و اگر جملات آنها مرتباً کاهش یابند دنباله نزولی میگویند.

فکت: اگر دنباله ای خطی باشد باید  $n$  آن از درجه یک باشد و در غیر اینصورت غیر خطی است.

## دنباله بازگشته

$$۲, ۸, ۱۶, ۳۲, \dots \rightarrow a_n = 2 \times a_{n-1}$$

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۵, \dots \rightarrow a_n = a_{n+1} + a_{n+2}$$

مثال: اگر مجموع ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۵۰۰۰ و مجموع ۴۰ جمله اول آن ۷۰۰۰ باشد حاصل عبارت زیر کدامست؟

$$a_{۲۱} + a_{۲۲} + \dots + a_{۳۹} + a_{۴۰} =$$

تست: اگر مجموع مکعب های اعداد طبیعی متوالی شروع از ۱ ، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل عبارت مقابل کدامست؟ (ریاضی ۹۱)

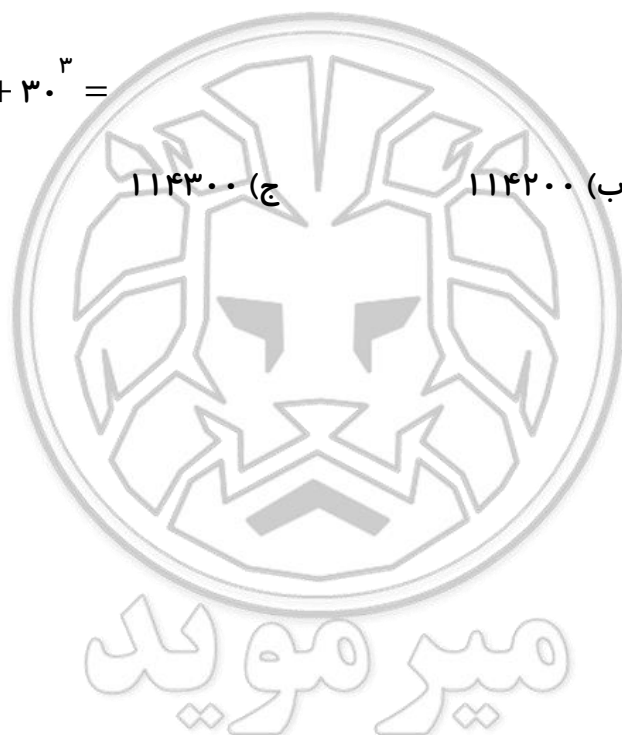
$$۱۰^۳ + ۱۲^۳ + ۱۴^۳ + \dots + ۳۰^۳ =$$

۱۱۴۴۰۰ (د)

۱۱۴۳۰۰ (ج)

۱۱۴۲۰۰ (ب)

۱۱۴۱۰۰ (الف)



Dream Hard

And  
Work Harder



کودکی برای مادر بزرگش توضیح می‌داد که چگونه همه چیز ایراد دارد... مدرسه، خانواده، دوستان.  
مادر بزرگ که مشغول پختن کیک بود از پدر کوچولو پرسید که کیک دوست داری؟ و پدر کوچولو پاسخ داد: البته که دوست دارم. + روغن چطور؟ - نه! + و حالا دوتا تخم مرغ. - نه مادر بزرگ!  
+ آرد چی؟ از آرد خوست می‌آید؟ جوش شیرین چطور؟ - نه مادر بزرگ! حاله از همه شان به هم می‌خورد.

مادر بزرگ گفت: بله، همه این چیزها به تنهایی بد به نظر می‌رسند اما وقتی به‌درستی با هم مخلوط شوند، یک کیک خوشمزه درست می‌شود. خداوند هم بهمین ترتیب عمل می‌کند. خیلی از اوقات تعجب می‌کنیم که چرا خداوند باید بگذارد ما چنین دوران سختی را بگذرانیم اما او می‌داند که وقتی همه این سختی‌ها را به‌درستی در کنار هم قرار دهد، نتیجه همیشه خوب است. ما تنها باید به او اعتماد کنیم، در نهایت همه این پشامدها با هم به یک نتیجه فوق‌العاده می‌رسند.

## دنباله های حسابی:

۱, ۵, ۹, ۱۳, ...

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

قدر نسبت:

جمله اول: اولین جمله دنباله حسابی را با  $a$ ,  $a_1$  یا  $t_1$  نشان می دهیم.

۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ...

۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ...

۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ...

۲, ۱, ۰, ...

$۲, ۲ + \sqrt{۳}, ۲ + ۲\sqrt{۳}, \dots$

جمله عمومی دنباله حسابی:

جمله عمومی هر دنباله حسابی را با داشتن جمله اول  $t_1$  و قدر نسبت آن  $d$  می توان نوشت:

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

**نکته:** در جمله عمومی  $n$  نماد شماره جمله است و فقط زمانی جای آن عدد قرار می‌دهیم که نوشتن یک جمله خاص مورد نظر باشد.

**مثال** □ جمله عمومی دنباله‌های حسابی بالا را بنویسید و جمله بیستم آنها را بدست آورید.

**نکته:** اگر یک دنباله خطی  $t_n = an + b$  داده شد باید دقت کنیم می‌توان آنرا یک دنباله حسابی دانست که  $a$  قدر نسبت دنباله است ولی  $b$  جمله اول نیست و جمله اول از جاگذاری  $n$  به جای  $n$  بدست می‌آید.

### واسطه حسابی:

قرار دادن  $n$  عدد بین دو عدد  $a$  و  $b$  به طوری که همه با هم تشکیل دنباله حسابی بدهند و یک دنباله  $(n + 2)$  عددی باشند را "درج  $n$  واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  می‌گویند".  
در این صورت جمله اول این دنباله  $a$  بوده و قدر نسبت این دنباله از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d = \frac{b - a}{n + 1}$$

**مثال** □ چهار واسطه حسابی بین ۲۰ و ۳۰ بنویسید.

## خاصیت جملات سه گانه دنباله حسابی

**خاصیت اول:** اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند به  $y$  واسطه حسابی بین  $x$  و  $y$  میگویند. آنگاه همواره داریم:

$$x + z = 2y$$

**خاصیت دوم:** اگر سه جمله  $x$  و  $y$  و  $z$  در عبارت  $x + z = 2y$  صادق باشند، آنگاه یقیناً سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی می باشند.

□ **مثال:** اگر  $x + 2$  و  $2x + 1$  و  $4x + 5$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند آنگاه  $x$  کدام است؟

## روابط بین جمله های دنباله حسابی:

در بسیاری از مسائل مربوط به دنباله حسابی، اطلاعاتی در مورد ارتباط جمله های دنباله مثل حاصل جمع و یا حاصل ضرب آنها داده میشود و یا عدد چند جمله مشخص می شود و سپس جمله عمومی، قدر نسبت یا جمله اول خواسته می شود. در اینصورت:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:

گام چهارم:



فکتة: گاهی رابطه جملات متعین بیان نمی شود بلکه باید با توجه به سوال کشف شود:

سه جمله یک دنباله عددی زاویه های یک مثلث هستند.....

سه ضلع یک مثلث قائم الزاویه دنباله حساب تشکیل میدهند.....

مثال: در یک دنباله حساب جمله پنجم ۱۰ و جمله یازدهم برابر با ۲۸ است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

مثال: زاویه های یک مثلث تشکیل دنباله حساب میدهند. زاویه بزرگتر را بدست آورید.

### چند نکته:

فکتة اولی: اگر  $t_m$  و  $t_n$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام یک دنباله حساب باشند قدر نسبت دنباله از رابطه زیر بدست می آید:

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$$

فکتة دومی: اگر  $t_n$  و  $t_m$  و  $t_p$  و  $t_q$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام و  $p$  ام و  $q$  ام یک دنباله حساب باشند، آنگاه:

$$n + m = p + q \Rightarrow t_n + t_m = t_p + t_q$$

فکتة سومی: اگر همه جملات یک دنباله حساب با عدد حقیقی  $k$  جمع شود، یک دنباله حساب جدید ساخته میشود

با همان قدر نسبت ولی با جمله اول  $(a_1 + k)$ .

نکته چهارم: اگر همه جملات یک دنباله حسابی در عدد ثابت  $K$  ضرب شود، یک دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود.

میشود با قدر نسبت  $(Kd)$  و با جمله اول جدید  $(Kt_1)$ .

□ تست: در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن،  $\frac{1}{3}$  مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول

است؟ (تجربی خارج ۹۱)

۴ (د)

۳ (ج)

$\frac{5}{2}$  (ب)

$\frac{3}{2}$  (الف)

## مجموع جملات دنباله حسابی:

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله حسابی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = nt_1 + \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right] d = \frac{n}{2} [2t_1 + (n-1)d]$$

□ مثال:

□ تست: در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۳۰ می شود. جمله یازدهم دنباله کدامست؟ (ریاضی خارج ۸۵)

الف) ۷/۵ (ب) ۸ (ج) ۸/۵ (د) ۹

□ تست: مجموع  $n$  جمله اول یک تصاعد عددی به صورت  $S_n = \frac{n(n-3)}{2}$  است. مجموع جملاتی از این تصاعد که

از جمله بیست و پنجم شروع و به سی و پنجم ختم می شود کدام است؟

الف) ۱۳۲ (ب) ۱۴۵ (ج) ۱۴۸ (د) ۱۵۴

□ تست: در یک تصاعد عددی جمله  $n$ ام به صورت  $a_n = \frac{3}{2}n - 5$  است. مجموع ۱۵ جمله اول این تصاعد چقدر

است؟ (تجربی خارج ۸۹)

الف) ۹۰ (ب) ۱۰۵ (ج) ۱۲۰ (د) ۱۳۵

□ تست: اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد.

مجموع جملات دسته بیستم کدام است؟ (۱) و (۳ و ۲) و (۴ و ۵ و ۶) و (۷ و ۸ و ۹ و ۱۰) و ... (تجربی خارج ۹۴)

الف) ۴۰۱۰ (ب) ۴۰۲۰ (ج) ۴۰۳۰ (د) ۴۰۴۰

□ تست: اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد.

جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟ (۱) و (۳ و ۵) و (۷ و ۹ و ۱۱) و ... (ریاضی خارج ۹۱)

الف) ۴۱۵ (ب) ۴۱۹ (ج) ۴۲۱ (د) ۴۲۳

□ تست: اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد.

مجموع دو جمله اول و آخر در دسته سی ام کدام است؟ (۱) و (۳ و ۵) و (۷ و ۹ و ۱۱) و ... (ریاضی ۹۴)

الف) ۱۷۰۰ (ب) ۱۷۵۰ (ج) ۱۸۰۰ (د) ۱۸۵۰

## دنباله هندسی

۱, ۵, ۲۵, ۱۲۵, ...

$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$

قدر نسبت:

جمله اول: اولین جمله دنباله هندسی را با  $a$ ،  $a_1$  یا  $t_1$  نشان میدهیم.

۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ...

۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ...

۳, -۳, ۳, -۳, ۳, ...

۲, ۱, ۰, ...

۲, ۲ $\sqrt{3}$ , ۶, ...

نکته: تنها دنباله ای که هم حساب است هم هندسی ...

جمله عمومی دنباله هندسی:

جمله عمومی هر دنباله هندسی را با داشتن جمله اول  $t_1$  و قدر نسبت آن  $r$  می توان نوشت:

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

میرمویک

۳۹ / مجموعه ها

**نکته:** در جمله عمومی  $n$  نفاذ شماره جمله است و فقط زمانی جای آن عدد قرار می‌دهیم که نوشتن یک جمله خاص مورد نظر باشد.

**اشتباه رایج:** اگر جمله عمومی یک دنباله  $t_n = br^n$  باشد قدر نسبت آن  $r$  است ولی جمله اول آن  $b$  نیست و از جاگذاری  $n=1$  به جای  $n$  بدست می‌آید.

□ **مثال:** جمله عمومی دنباله‌های حسابی بالا را بنویسید و جمله بیستم آنها را بدست آورید.

### واسطه هندسی:

قرار دادن  $n$  عدد بین دو عدد  $a$  و  $b$  به طوری که همه با هم تشکیل دنباله هندسی بدهند و یک دنباله  $(n+2)$  عضوی بنزند را "درج  $n$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $b$ " می‌گویند. در این صورت جمله اول این دنباله  $a$  بوده و قدر نسبت این دنباله از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$r^{n+1} = \frac{b}{a}$$

□ **مثال:** چهار واسطه هندسی بین ۲۰ و ۸۰ بنویسید.

### خاصیت جملات سه گانه دنباله هندسی

**خاصیت اول:** اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند به  $y$  واسطه هندسی بین  $x$  و  $y$  میگویند و آن‌ها همواره داریم:

$$xz = y^2 \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{xz} \\ y = -\sqrt{xz} \end{cases}$$

**خاصیت دوم:** اگر سه جمله  $x$  و  $y$  و  $z$  در عبارت  $xz = y^2$  صدق باشند، آن‌ها یقیناً سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی می‌باشند.

□ **مثال:** اگر  $x + 2$  و  $2x + 1$  و  $4x + 5$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن‌ها  $x$  کدام است؟



□ **تست:** در دنباله ای هندسی صعودی به صورت  $\dots, b, 9, a, 4$  مجموع شش جمله اول کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۹)

(د)  $\frac{1}{83}$

(ج)  $\frac{3}{82}$

(ب)  $\frac{7}{81}$

(الف)  $\frac{3}{81}$

□ **تست:** دنباله هندسی  $\dots, \frac{1}{p}, x, 2$  غیرنزولی است. مجموع شش جمله اول آن کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۶)

(د)  $\frac{23}{16}$

(ج)  $\frac{11}{8}$

(ب)  $\frac{21}{16}$

(الف)  $\frac{41}{32}$

□ **تست:** اعداد  $\dots, 2a, 4\sqrt{2}, b$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه عددی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۷)



الف)  $\frac{2}{5}$

ب) ۲

ج)  $\frac{1}{5}$

د)  $\sqrt{2}$

□ تست: بین  $\frac{1}{9}$  و ۲۷ چهار عدد مثبت قرار داده ایم. به طوری که با آن دو عدد تشکیل دنباله هندسی داده اند.

مجموع این چهار جمله چقدر است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

الف)  $\frac{1}{3}$

ب) ۱۳

ج)  $\frac{2}{15}$

د)  $\frac{1}{26}$

□ تست: بین ۴ و ۲۳۴ سه عدد قرار داده ایم. به طوری که پنج عدد تشکیل دنباله هندسی داده اند. مجموع این پنج

عدد چقدر است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

الف)  $\frac{1}{3}$

ب) ۱۳

ج)  $\frac{2}{15}$

د)  $\frac{1}{26}$



میر مویک

## روابط بین جمله‌های دنباله هندسی:

در بسیاری از مایل مربوط به دنباله هندسی، اطلاعاتی در مورد ارتباط جمله‌های دنباله مثل حاصل جمع و یا حاصل ضرب آنها داده می‌شود و یا عدد چند جمله مشخص می‌شود و سپس جمله عمومی، قدر نسبت یا جمله اول خواسته می‌شود. در اینصورت:

**گام اول:** جمله عمومی دنباله هندسی را می‌نویسیم.

**گام دوم:** جملاتی را که مشخص شده یا رابطه آنها در سوال مشخص شده در جمله عمومی جاگذاری می‌کنیم.

**گام سوم:** جملات جاگذاری شده در جمله عمومی را با توجه به روابط داده شده در مساله به صورت پارامتری جاگذاری می‌کنیم.

**گام چهارم:** از تقسیم جمله‌های عمومی برهم یا دو معادله دو مجهول و یا روش جاگذاری، جمله اول و قدر نسبت پیدا می‌شود.

**نکته:** گاهی رابطه جملات متعین بیان نمی‌شود بلکه باید با توجه به سوال کشف شود:

سه جمله یک دنباله هندسی زاویه‌های یک مثلث هستند.....

سه ضلع یک مثلث قائم الزاویه دنباله هندسی تشکیل می‌دهند.....

□ مثال: در یک دنباله هندسی  $t_1 t_4 = 4$  و  $t_5 t_6 = 108$  است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

□ مثال: مدیر یک کارگاه به یک کارگر مبتدی پیشنهاد داده است دستمزد روز اول ۱۰۰۰ تومان و تا پایان هفته هر روز ۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وک اضافه شود. دستمزد این کارگر در روز پنجم چقدر است؟

### چند نکته:

نکته اول: اگر  $t_m$  و  $t_n$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام یک دنباله هندسی باشند قدر نسبت دنباله از رابطه زیر بدست می

آید:

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}$$

نکته دوم: اگر  $t_m$  و  $t_n$  و  $t_p$  و  $t_q$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام و  $p$  ام و  $q$  ام یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$n + m = p + q \Rightarrow t_n \times t_m = t_p \times t_q$$

نکته سوم: اگر همه جملات یک دنباله هندسی به توان یک عدد حقیقی  $k$  برسد، یک دنباله حساب جدید

ساخته میشود که قدر نسبت و جمله اول به توان  $(k)$  می رسند.

نکته چهارم: اگر همه جملات یک دنباله هندسی در عدد ثابت  $k$  ضرب شود، یک دنباله هندسی جدید

ساخته میشود با همان قدر نسبت، ولی با جمله اول  $(kt_1)$ .

نکته پنجم: در یک دنباله هندسی که جمله اول آن مثبت است چنانچه

$r > 1$  در این صورت دنباله افزایش خواهد بود

$0 < r < 1$  در این صورت دنباله کاهش خواهد بود

$r = -1$  در این صورت دنباله متناوب خواهد بود.

## مجموع جملات دنباله هندسی:

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله هندسی از رابطه زیر استفاده می شود:

$$S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = \frac{t_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

نکته: اگر مجموع بینهایت جمله از یک سری هندسی که  $|r| < 1$  را بخواهیم

$$S_\infty = t_1 + t_2 + t_3 + \dots = \frac{t_1}{1 - r}$$

## حاصل ضرب جملات دنباله هندسی

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله هندسی از رابطه زیر استفاده می شود:

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_n = a \times ar^1 \times ar^2 \times ar^{n-1} = a^n r^{(1+2+\dots+(n-1))}$$

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_n = a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

مثال: حاصل ضرب ۲۰ جمله اول سری هندسی زیر کدام است؟

۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ...

تمرین: حاصلضرب جمله ۱۵ تا ۳۰ دنباله هندسی با جمله عمومی  $t_n = 4(3)^{n-1}$  را بدست آورید.

تمرین: حاصلضرب جمله ۲۳ تا ۴۱ دنباله هندسی با جمله عمومی  $t_n = -4(3)^{n-1}$  را بدست آورید.

تمرین: حاصلضرب جمله ۱۵ تا ۳۰ دنباله هندسی با جمله عمومی  $t_n = 4(-3)^{n-1}$  را بدست آورید.

تست: در یک دنباله هندسی مجموع ۳ جمله اول آن ۱۳۶ و مجموع ۶ جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟ (ریاضی ۸۹)

(د) ۱۶

(ج) ۹

(ب) ۸

(الف)  $\frac{81}{16}$

تست: در یک دنباله هندسی مجموع ۸ جمله اول آن  $\frac{5}{4}$  مجموع ۴ جمله اول آن است. جمله هفتم چند برابر جمله اول است؟ (ریاضی ۸۵)

(د)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{5}{32}$

(ب)  $\frac{1}{8}$

(الف)  $\frac{1}{16}$

تست: در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع ۴ جمله اول آن ۳ است. مجموع ۶ جمله اول کدام است؟ (ریاضی ۸۸)

(د)  $\frac{13}{4}$

(ج)  $\frac{12}{6}$

(ب)  $\frac{11}{2}$

(الف)  $\frac{10}{8}$

## تست‌های کنکور سایر رشته‌ها

تست: کدام مجموعه زیر، زیر مجموعه سایر مجموعه‌ها است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $\{\{\emptyset\}\}$  (۲)  $\emptyset \cup \{\emptyset\}$  (۳)  $\emptyset \cap \{\emptyset\}$  (۴)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

تست: کدامیک از احکام زیر نادرست است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $N \cap W = N$  (۲)  $W - N = \emptyset$  (۳)  $W \cap Q = N$  (۴)  $W \subset Q$

تست: کدام حکم درست است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $Z \cup Q = R$  (۲)  $W - N = Q$  (۳)  $W \cap Q = N$  (۴)  $W \subset Q$

تست: اگر  $A \cup B \subseteq \emptyset$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$  (۲)  $A \neq \emptyset$  یا  $B \neq \emptyset$  (۳)  $A \neq \emptyset$  و  $B = \emptyset$  (۴)  $A = \emptyset$  و  $B = \emptyset$

تست: اگر  $A$  زیرمجموعه  $B$  باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $(A \cap B) \cup B = A$  (۲)  $(A \cup B) \cap B = B$  (۳)  $(A \cap B) \cup A = A$  (۴)  $(A \cup B) \cap B = A$

تست: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی و  $A \cup B \subseteq B$  باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $B \subseteq A$  (۲)  $A \cap B = \emptyset$  (۳)  $A \cap B = B$  (۴)  $A \cap B = A$

تست: اگر  $A \subseteq B$ ، آنگاه حاصل مجموعه  $(A - B) \cap (A - C)$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $C$  (۲)  $A$  (۳)  $B$  (۴)  $\emptyset$

تست: اگر  $A$ ،  $B$ ،  $C$  سه مجموعه باشند و داشته باشیم  $A \subset B \subset C$ ، مجموعه  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A \cup C$  (۴)  $B \cup C$

تست: برای دو مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{4, 2, 3\}$ ، حاصل  $(A - B) \cap (B - A)$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $\{4\}$  (۲)  $\{1\}$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $\{2, 3\}$

□ تست: اگر  $A \cap B = \emptyset$  و داشته باشیم  $A \cap C = \emptyset$ ، آنگاه کدام نتیجه گیری درست است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $B \cap C = \emptyset$  (۲)  $B \cap C \neq \emptyset$  (۳)  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$  (۴)  $A \cap (B - C) \neq \emptyset$

□ تست: اگر  $A = \{a, b, c, d\}$  و  $B = \{b, c, g, e\}$ ، آنگاه گزینه درست کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $A - (B - A) = B$  (۲)  $A - (A - B) = B$  (۳)  $A - (A - B) = B \cap A$  (۴)  $A - (B - A) = B \cap A$

□ تست: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشد، آنگاه حاصل  $A - (B - (A \cap B))$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A \cup B$

□ تست: چهار کتاب با قیمت برابر داریم. اگر قیمت ۲ کتاب بیشتر از ۴۰۰۰ تومان و قیمت سه کتاب کمتر از ۷۵۰۰

تومان باشد، قیمت هر کتاب بیانگر کدام بازه است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $[1750, 2250]$  (۲)  $(2000, 2500)$  (۳)  $(1750, 2250)$  (۴)  $[2000, 2500]$

□ تست: جواب دستگاه نامعادله  $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{1}{4} > \frac{x}{5} \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{4} < \frac{x}{5} + \frac{1}{3} \end{cases}$  کدام بازه زیر است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $[-\infty, \frac{38}{5}]$  (۲)  $(\frac{15}{8}, +\infty)$  (۳)  $(\frac{15}{8}, \frac{35}{8})$  (۴)  $[\frac{8}{35}, \frac{8}{15}]$

□ تست: کدام عدد زیر وجود دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از -۱ (۲) کوچکترین عدد گنگ بزرگتر از -۱  
(۳) بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از -۱ (۴) بزرگترین عدد گویای کوچکتر از -۱

□ تست: اگر  $A_n = [n-1, n+1]$ ، آنگاه مجموعه  $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n$  با کدام مجموعه برابر است؟ (کنکور

سراسری)

- (۱)  $\{x: 1 \leq x \leq 5\}$  (۲)  $\{x: 0 \leq x \leq 5\}$  (۳)  $\{x: 0 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$  (۴)  $\{x: 1 \leq x \leq 5, x \neq 2\}$

□ تست: اگر  $n$  عدد طبیعی و  $A_n$  بازه  $[(-1)^n n, 2n]$  باشد، چند عدد صحیح به  $\bigcup_{n=1}^4 A_n$  تعلق دارد؟ (کنکور

سراسری)

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A \cup B$

□ تست: کدام مجموعه متناهی است؟ (کنکور سراسری)



$W - N$  (۴)

$W \cap Z$  (۳)

$W \cap N$  (۲)

$Z - W$  (۱)

تست: اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی فرد و  $B$  مجموعه اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی (باپایان) است؟ (کنکور سراسری)

$A \cap B$  (۴)

$A \cup B$  (۳)

$B - A$  (۲)

$A - B$  (۱)

تست: اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و  $B$  مجموعه اعداد صحیح با قدر مطلق کمتر از ۱۰۰ باشد، کدام مجموعه در  $Z$  متناهی (باپایان) است؟ (کنکور سراسری)

$A \cup B$  (۴)

$A \cap B$  (۳)

$A' \cup B$  (۲)

$A \cap B'$  (۱)

تست: کدامیک از احکام زیر نادرست است؟ (کنکور سراسری)

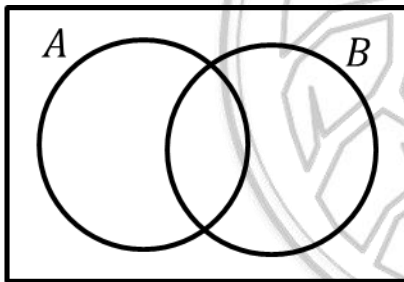
$R - Q' = Q$  (۴)

$W - \{0\} = N$  (۳)

$R \cap Q = Q$  (۲)

$Z \cup N = N$  (۱)

تست: در شکل زیر مجموعه سایه زده از دو مجموعه  $A$  و  $B$  با کدام دو مجموعه برابر نیست؟ (کنکور سراسری)



$Z \cup N = N$  (۱)

$R \cap Q = Q$  (۲)

$W - \{0\} = N$  (۳)

$R - Q' = Q$  (۴)

تست: مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده ایم. اگر  $W$  و  $U$ ، کدام عدد طبیعی به مجموعه  $C$  تعلق دارد؟ (افراز کردن در اینجا یعنی اینکه هر عضوی از  $N$  دقیقاً در یکی از مجموعه های  $A$ ،  $B$  یا  $C$  وجود داشته باشد) (کنکور سراسری)

$37$  (۴)

$44$  (۳)

$43$  (۲)

$11$  (۱)

تست: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی با مجموعه جهانی  $U$  باشند، مجموعه  $A' \Delta B'$  برابر با کدام مجموعه است؟ (کنکور سراسری)

$U$  (۴)

$A \Delta B$  (۳)

$A \cup B$  (۲)

$A \cap B$  (۱)

تست: مجموعه های  $A \cup B$  دارای ۵ عضو،  $B \cap A$  دارای ۲ عضو و  $A - B$  نیز دارای ۲ عضو است. مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

$1$  (۴)

$2$  (۳)

$3$  (۲)

$4$  (۱)

تست: مجموعه های  $A - B$  دارای ۱ عضو،  $B - A$  دارای ۲ عضو و  $A \cap B$  نیز دارای ۳ عضو است. مجموعه  $B$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

تست: مجموعه های  $A$  دارای ۵ عضو،  $B \cup A$  دارای ۷ عضو است. مجموعه  $A \cup (B - A)$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۲

تست: مجموعه های  $A$  دارای ۱۴ عضو،  $B$  دارای ۱۷ عضو و  $A \cap B$  نیز دارای ۵ عضو است. تفاضل متقارن  $A$  و  $B$  چند عضو دارد؟ (تفاضل متقارن دو جمله  $A$  و  $B$  یعنی  $(A - B) \cup (B - A)$ ) (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

تست: اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ و  $B$  مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و کمتر از ۱۰۰ باشد، مجموعه  $(A - B)$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

تست: اگر  $A = \{a, b, 1, 2, 5, 6\}$  و  $B = \{a, c, 2, 5, 4\}$ ، آنگاه مجموعه  $(A \cap B) \cup B$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

تست: از ۵۱ دانش آموز یک دبیرستان، ۳۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۲۳ نفر در هر دو کلاس شرکت کرده اند. چند نفر در هیچ کلاسی شرکت ننموده اند؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

تست: اگر  $A_n = \{n, n+1, \dots, n+9\}$ ، آنگاه مجموعه  $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

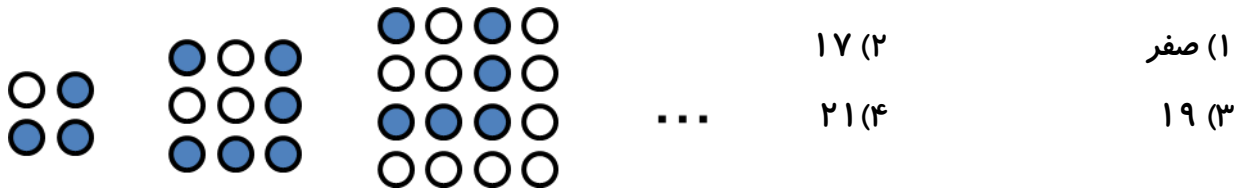
تست: اگر  $A_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$ ،  $A_2 = \{2, 3, \dots, 11\}$ ،  $A_3 = \{3, 4, \dots, 12\}$  و ... آنگاه مجموعه  $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$  چند عضو دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

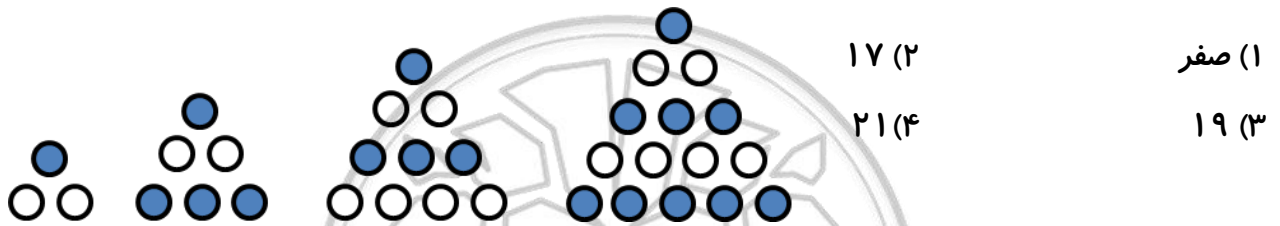
تست: در دنباله مثلثی ... ۶, ۳, ۱ مجموع جملات دهم و یازدهم کدام است؟ (کنکور سراسری)

- ۱۲۱ (۱)      ۱۲۷ (۲)      ۱۳۲ (۳)      ۱۴۴ (۴)

تست: در آرایه مربعی زیر تفاضل تعداد دایره های توپر در جملات دهم و یازدهم کدام است؟ (کنکور سراسری)



تست: در آرایه مثلثی زیر تعداد دایره های توخالی در جمله دهم کدام است؟ (کنکور سراسری)



تست: جمله عمومی دنباله ای به صورت  $t_n = \frac{(2n-1)^{n-1}}{n+2}$  است. چندمین جمله از ابتدای دنباله عددی طبیعی

است؟ (کنکور سراسری)

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

تست: رابطه  $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$  بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر  $U_1 = U_2 = 1$  باشد،

جمله نهم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- ۳۵ (۱)      ۳۴ (۲)      ۳۳ (۳)      ۳۲ (۴)

تست: رابطه  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر  $a_1 = 1$  باشد، جمله دهم این

دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- ۹۷۹ (۱)      ۹۸۷ (۲)      ۱۰۱۵ (۳)      ۱۰۲۳ (۴)

تست: رابطه  $a_{n+1} = a_n + 2n+1$  بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر  $a_1 = 1$  باشد، جمله بیست و

سوم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- ۴۸۴ (۱)      ۵۱۷ (۲)      ۵۲۹ (۳)      ۵۷۶ (۴)

تست: رابطه  $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$  بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر  $a_1 = 1$  باشد، جمله بیست

سوم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۴۸۴ (۲) ۵۱۷ (۳) ۵۲۹ (۴) ۵۷۶

تست: در دنباله فیبوناتچی با استفاده از الگوی "مجموع مربعات  $n$  جمله اول برابر است با حاصل ضرب جمله  $n$ ام در

جمله  $(n+1)$ ام". مجموع مربعات یازده جمله اول آن کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۲۴۲۶ (۲) ۱۲۴۱۸ (۳) ۱۲۶۳۶ (۴) ۱۲۸۱۶

تست: کدام گزینه از رشته های زیر دنباله حسابی است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۲۴۲۶ (۲) ۱۲۴۱۸ (۳) ۱۲۶۳۶ (۴) ۱۲۸۱۶

تست: کدام گزینه از رشته های زیر دنباله حسابی است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۲۴۲۶ (۲) ۱۲۴۱۸ (۳) ۱۲۶۳۶ (۴) ۱۲۸۱۶

تست: رابطه  $t_{n+1} = t_n + 3$  بین جملات یک دنباله برقرار است. اگر  $t_1 = 4$  باشد، جمله  $n$ ام این دنباله

کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $n+5$  (۲)  $3n+1$  (۳)  $2n+3$  (۴)  $4n-1$

تست: مجموع دو جمله  $n$ ام و  $(n-1)$ ام دنباله حسابی  $2, 4, 6, \dots$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱)  $n+5$  (۲)  $3n+1$  (۳)  $2n+3$  (۴)  $4n-1$

تست: اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می شود؟

(کنکور سراسری)

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱۰

تست: چندمین جمله از دنباله حسابی  $2, 5, 8, \dots$  برابر ۵۶ است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱۰

تست: تضاعد حسابی با جمله اول  $63$  و قرنسبت  $4-$  چند جمله مثبت دارد؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

□ تست: تصاعد حسابی با جمله اول ۶۳ و قرنسبت ۴- چند جمله مثبت دارد؟ (کنکور سراسری)

- ۱۵ (۱)      ۱۶ (۲)      ۱۷ (۳)      ۱۸ (۴)

□ تست: اگر  $a_n$  جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی باشد  $a_{۲۰} - a_۵$  برابر کدام گزینه است؟ (کنکور سراسری)

- ۱)  $a_{۲۵} - a_۱$       ۲)  $a_{۲۰} - a_۱$       ۳)  $a_{۳۵} - a_۱$       ۴)  $a_{۴۰} - a_۱$

□ تست: کدامیک از دنباله های زیر یک دنباله حسابی است؟ (کنکور سراسری)

- ۱)  $t_n = 8n - 1$       ۲)  $t_n = n^2$       ۳)  $t_n = \frac{1}{n}$       ۴)  $t_n = n^3 + n$

□ تست: در دنباله  $2, \frac{7}{4}, \dots$ ، جملات  $a_۴, a_۸, a_{1۲}, \dots$  تشکیل دنباله حسابی دیگری می دهند. قدرنسبت این دنباله

چقدر است؟ (کنکور سراسری)

- ۱)  $-\frac{1}{4}$       ۲)  $-1$       ۳)  $-4$       ۴)  $-\frac{1}{4}$

□ تست: در یک دنباله حسابی رابطه  $a_n + a_k = a_{n-1}$  برقرار است. در این دنباله  $\frac{a_1}{d}$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

- ۱)  $k$       ۲)  $-k$       ۳)  $n - k$       ۴)  $2n - 4$

□ تست: در یک دنباله حسابی جمله نهم  $t$  برابر جمله ششم است. قدرنسبت چه کسری از جمله ششم است؟ (کنکور

سراسری)

- ۱)  $\frac{t-1}{3}$       ۲)  $\frac{1-t}{t}$       ۳)  $\frac{t}{1-t}$       ۴)  $\frac{1-t}{3t}$

□ تست: در دنباله حسابی  $3, 7, 11, \dots$  و  $4, 7, 10, \dots$  چند جمله مساوی کوچکتر از ۵۰ وجود دارد؟ (کنکور سراسری)

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۳      ۴) ۲

□ تست: در دو دنباله حسابی  $2, 7, 12, \dots$  و  $8, 11, 14, \dots$  چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (کنکور سراسری)

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۳      ۴) ۲

□ تست: اعداد  $5p - 1$  و  $3p + 4$  و  $2p + 3$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام

است؟؟ (کنکور سراسری)

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۷

□ تست: اگر  $a + 14$  و  $21$  و  $a$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جمله اول  $a$  باشند، جمله چهارم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۲۸      (۲) ۳۵      (۳) ۴۳      (۴) ۴۹

□ تست: در دنباله حسابی ...  $y$  ,  $35$  ,  $x$  ,  $125$  ، عدد  $y$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷

□ تست: بین دو عدد ۶ و ۲، هفت عدد طوری نوشته شده است که ۹ عدد حاصل دنباله حسابی افزایشی تشکیل داده اند. جمله ششم چند برابر تفاضل جملات متوالی است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۶      (۲) ۷      (۳) ۸      (۴) ۹

□ تست: بین دو عدد  $-12$  و  $52$ ، سه واسطه حسابی درج کرده ایم. مجموع این سه واسطه حسابی کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۶۰      (۲) ۶۴      (۳) ۶۸      (۴) ۷۲

□ تست: بین دو عدد ۱۲ و ۲، سه عدد طوری نوشته شده است دنباله حسابی افزایشی تشکیل داده اند. جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۱۶      (۲) ۱۷      (۳) ۱۴/۵      (۴) ۱۵/۵

□ تست: در یک دنباله حسابی می دانیم  $a_{11} - a_7 = 12$  . قدر نسبت کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) -۳      (۲) -۲      (۳) ۲      (۴) ۳

□ تست: جمله اول یک دنباله عددی ۱- و جمله سوم آن ۹ است. جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۶۴      (۲) ۶۶      (۳) ۶۹      (۴) ۷۱

□ تست: تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟ (کنکور سراسری)

- (۱) ۳۵      (۲) ۳۶      (۳) ۳۷/۵      (۴) ۳۸/۵

□ تست: قطار سریع السیر به طور آزمایشی فاصله دو شهر را بار اول در ۴ ساعت طی میکند. طبق برنامه در هر رفت یا برگشت ۵ دقیقه از نوبت قبل کاسته می شود تا مدت زمان پیمودن این مسافت به ۲ ساعت پیش بینی شده برسد. تعداد نوبت های آزمایشی کدام است؟ (کنکور سراسری)

۱۶ (۱)

۲۰ (۲)

۲۴ (۳)

۲۵ (۴)

□ تست: در یک دنباله هندسی با جمله عمومی جمله چهارم چند برابر جمله ششم است؟ (کنکور سراسری)

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۹ (۴)

□ تست: در رشته ای و به ازای و جمله  $n$  ام آن کدام است؟ (کنکور سراسری)

$n+4$  (۱)

$3n+2$  (۲)

$3 \times 4^{n-1}$  (۳)

$5 \times 4^{2n-2}$  (۴)

□ تست: قدرنسبت دو دنباله هندسی برابر و جمله اول یکی، دو برابر جمله اول دیگری است. جمله  $n$  ام دنباله اول چند

برابر جمله  $n$  ام دنباله دوم است؟ (کنکور سراسری)

۲ (۱)

$2n$  (۲)

$2^n$  (۳)

$n^2$  (۴)

□ تست: مجموع سه جمله اول هر دنباله هندسی با قدرنسبت  $-4$ ، چند برابر جمله اول است؟ (کنکور سراسری)

۱۳ (۱)

۱۲ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

□ تست: در دنباله هندسی  $\dots, 8, p^2, p$  جمله پنجم چقدر است؟ (کنکور سراسری)

۱۶ (۱)

$1\sqrt{2}$  (۲)

$16\sqrt{2}$  (۳)

$4\sqrt{2}$  (۴)

□ تست: اگر  $a_1$  و  $a_p$  و  $a_q$  سه جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ باشند کدام گزینه سه جمله اول یک دنباله

هندسی هستند؟ (کنکور سراسری)

(۱)  $a_1 + 1, a_p + a_1, a_p + a_q$

(۲)  $a_1 + 1, a_p + 4, a_p + 16$

(۳)  $a_1 + 1, a_p + 2, a_p + 3$

(۴)  $a_1 + 1, a_p + 2, a_p + 4$

□ تست: بین اعداد ۸ و  $\frac{81}{p}$  سه واسطه هندسی با جملات مثبت درج کرده ایم. جمله دوم این دنباله کدام است؟ (کنکور

سراسری)

۱۳ (۱)

۱۲ (۲)

۹ (۳)

۸ (۴)

□ تست: بزرگترین جمله دنباله هندسی  $\dots, \frac{1}{24}, d, \frac{1}{3}, c, b, a$  کدام است؟ (کنکور سراسری)

۱ (۱)

$\frac{8}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{2}{4}$  (۴)



□ تست: در یک تصاعد هندسی صعودی جمله سوم ۱۰ و جمله هفتم ۴۰ است. جمله اول کدام است؟ (کنکور سراسری)

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$25 \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

□ تست: در یک دنباله هندسی  $a_4 a_6 = 2a_5$  است. جمله اول کدام است؟ (کنکور سراسری)

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

□ تست: مدیریک کارگاه به یک مهندس مبتدی پیشنهاد کرده که دستمزد روز اول ۱۰۰۰ تومان و تا پایان هفته هر

روز ۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وی اضافه کند. دستمزد این کارگر در روز پنجم چقدر است؟ (کنکور سراسری)

$$2104/8 \quad (4)$$

$$2073/6 \quad (3)$$

$$2016/6 \quad (2)$$

$$1986/3 \quad (1)$$



سال دهم



دورخیز

تمرینات مهارتی فصل اول

سید امیر میر مؤید

برای دانش آموزان پر تلاش سال دهم  
متوسطه دوم

## مقدمه ای کوتاه

پس از حدود ۱۰ سال تدریس ریاضی و دروس مهندسی در دانشگاه و مدارس برتر و شناخت نقاط ضعف و قوت دانش آموزان کنگوری در درس ریاضی، تصمیم گرفتم با تغییر کتاب های درسی جزوه ای کامل و جامع برای دانش آموزان عزیزم گردآوری نمایم. از آنجا که همواره به برابری آموزشی در کشور عزیزمان ایران اعتقاد داشتم مصمم شدم این جزوه را که انشالله به زودی به کتاب تبدیل خواهد شد از طریق فضای مجازی در دسترس تمام دانش آموزان علاقمند کشورم قرار بدهم.

افتخار من تربیت و همراهی شاگردانی با رتبه های برتر کنکور و همپنین دانشجویانی قوی و تملیکگر است که همه آنها را اکنون دوستان خود می دانم. امروز نیز هرکسی از این دست نوشته استفاده نماید به گروه بزرگ دوستان من اضافه خواهد شد.

هرگز فراموش نکنید که شما میتوانید، فقط باید با تمام وجود بنفروشید...

سیرامیر میرمویز

تابستان ۱۳۹۶

## درس ۱: مجموعه‌ها و نامتناهی

۱-  درست یا نادرست هر یک از عبارات زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

درست  نادرست

$$\text{الف) } 5\frac{3}{7} \in [5/1, 5/9]$$

درست  نادرست

$$\text{ب) } \frac{1}{5} \in [-4, 0]$$

درست  نادرست

$$\text{ج) } (1 + \sqrt{2}) \in [\frac{1}{2}, 2]$$

درست  نادرست

$$\text{د) } \frac{17}{6} \notin [2/5, 3/5]$$

۲- گزینه صحیح را انتخاب کنید

الف) حاصل  $[-1, 2] \cup [\frac{1}{2}, \frac{15}{6}]$  عبارتست از:

۴)  $(-1, \frac{15}{6})$

۳)  $[-1, \frac{15}{6}]$

۲)  $[-1, \frac{15}{6})$

۱)  $[-1, \frac{15}{6}]$

ب) حاصل  $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$  را میتوان به چه صورتی نمایش داد؟

۴)  $R - \{-2\}$

۳)  $R - \{2\}$

۲)  $R$

۱)  $\emptyset$

□ ج) حاصل عبارت  $(-1, \sqrt{2}) \cap (-3, 4)$  عبارت است از:

- (۱)  $(1, \sqrt{2})$       (۲)  $(-1, \sqrt{2})$       (۳)  $(-3, 4)$       (۴)  $[-1, \sqrt{2})$

□ ۳- هر عدد را به بازه مربوط به خود وصل نمایید.

عدد	بازه
$1 + \sqrt{2}$	$(-1, 4)$
$-3.0$	$(-3, -1]$
$-1/35$	$(-\infty, -45)$
$\frac{4}{5}$ $\frac{2}{5}$	$(4, 5/8)$

□ ۴- دو مجموعه A و B را در نظر گرفته، آنها را به صورت نمایش هندسی نشان داده و اجتماع و اشتراک و تفاضل آنها را روی محور اعداد حقیقی نشان دهید.

$$B = (1, \frac{6}{5}]$$

$$A = [-\frac{3}{5}, 6]$$

□ ۵- حاصل هر یک از عبارات های زیر را بدست آورید.

$$A = (-\infty, 2) \cap (-3, 5] =$$

$$B = (-3, \frac{8}{5}] \cup (0, 2] =$$

□ ۶- کدامیک از مجموعه های زیر متناهی و کدامیک نامتناهی هستند.

الف) مجموعه اعداد طبیعی بخت پذیر بر ۵

ب) مجموعه اعداد طبیعی (و رقمی) بخت پذیر بر ۱۵

ج) مجموعه مقوم علیه های عدد ۱۵

د) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۱۵

□ ۷- اگر  $A \subseteq B$  و  $A$  یک مجموعه نامتناهی باشد، آنگاه  $B$  متناهی است یا نامتناهی؟ چرا؟

میرمویز

## درس ۲: متمم یک مجموعه

۱- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را با ذکر دلیل بیان کنید

<input type="checkbox"/> نادرست	<input type="checkbox"/> درست	اف) $A \cup A' = M$
<input type="checkbox"/> نادرست	<input type="checkbox"/> درست	ب) $(A - A') \cap M = \emptyset$
<input type="checkbox"/> نادرست	<input type="checkbox"/> درست	ج) $(A \cup \emptyset) - (A' \cap \emptyset) = A$
<input type="checkbox"/> نادرست	<input type="checkbox"/> درست	د) $(A \cup A') \cup (M \cup \emptyset) = A \cup A'$

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر نمایید.

۱- الف) اگر  $N$  مجموعه مرجع در نظر گرفته شود و  $A$  مجموعه اعداد طبیعی زوج باشد در این صورت متمم مجموعه  $A$  ..... خواهد بود.

۲- الف) مجموعه  $M = \{x | x \in N, 10 \leq x < 34\}$  را به عنوان مرجع در نظر بگیرید. زیر مجموعه ای از  $M$  که شامل اعدادیست که بر ۵ بخش پذیر هستند را  $A$  بنامید. مجموعه  $A$  و  $A'$  را بدست آورید.

۳- با فرض آنکه  $M$  مجموعه مرجع باشد داریم:

$$M = \{x | x \in W, x \leq 40\}$$

$$A = \{x | x \in W, 3 < x \leq 25\}$$

$$B = \{x | x \in W, 20 \leq x < 40\}$$

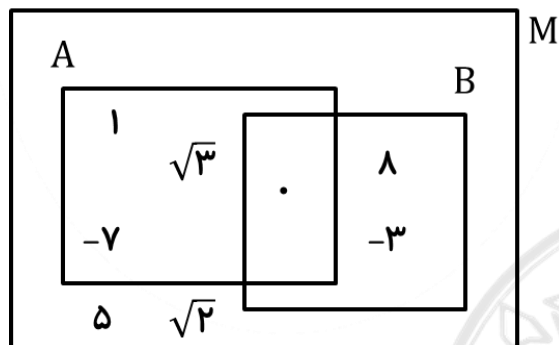


با توجه مجموعه های بالا مطلوب است:

الف)  $A'$  و  $B'$

ب)  $(B \cap A')$

۵- نمودار ون مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف)  $A'$  و  $B'$

ب)  $(B \cap A)'$

ج)  $(B \cup A)'$

د)  $A' - B'$

۶- در یک کلاس ۵۷ نفری، ۳۰ نفر متقاضی شرکت در المپیاد ریاضی و ۲۰ نفر متقاضی شرکت در المپیاد

فیزیک و ۳ نفر متقاضی هر دو درس هستند. چند نفر تمایلی به شرکت در هیچ یک از دو المپیاد ندارند؟

۷- در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۰ نفر فقط فوتبال و ۸ نفر فقط والیبال بازی می کنند. اگر بدانیم همه

دانش آموزان کلاس حداقل یک ورزش انجام می دهند، چند نفر هر دو ورزش را انجام می دهند.

## درس ۳: الگودنباله

۱- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را با ذکر دلیل بیان کنید

درست  نادرست

$$a_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n - 1 \Rightarrow a_3 = \frac{124}{125} \text{ (الف)}$$

درست  نادرست

$$a_n = \frac{3n+4}{n-2} \Rightarrow a_5 = \frac{19}{3} \text{ (ب)}$$

۲- جاهای خالی را با علامت مناسب پر کنید همراه راه حل.

(الف) اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = \frac{\sqrt{n}}{2n}$  باشد، جمله شانزدهم دنباله ..... است.

(ب) اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 4n + 1$  باشد، اختلاف جملات متوالی آن ..... است.

(ج) اگر بدینیم  $t_n = \frac{2n-1}{3n+1}$  در این صورت جمله ..... این دنباله  $\frac{199}{301}$  می باشد.

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

(الف) جمله شانزدهم دنباله  $a_{3n+1} = 8n^2 + 3$  چند است؟

۲۰۸ (۴)

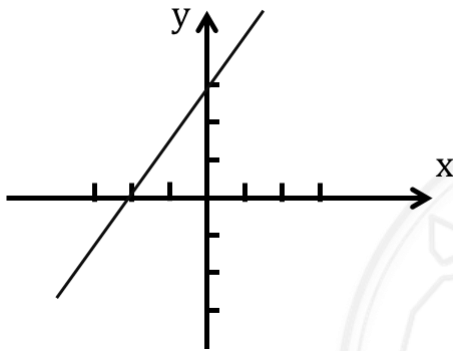
۲۰۶ (۳)

۲۰۳ (۲)

۲۰۰ (۱)

۴- به سوالات زیر پاسخ دهید.

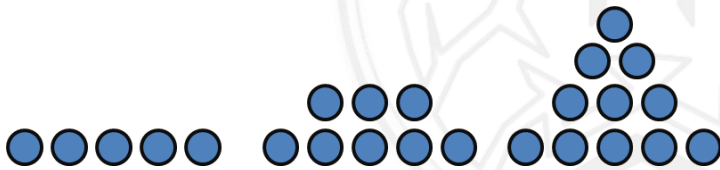
الف) اگر دو نقطه دایره از یک الگوی خطی (۱۲ و ۵) و (۸ و ۳) باشد و بدانیم سایر نقاط این دنباله روی این خط قرار دارند، جمله عمومی این الگوی خطی را بیابید.



ب) جمله عمومی این الگوی خطی شکل مقابل را بیابید.

و جمله دهم آنرا بصورت مختصات نقطه نشان دهید.

۵- اگر ۳ جمله متوالی یک دنباله به صورت زیر باشد، دو جمله بعدی را ترسیم کرده و جمله عمومی آنرا بنویسید.



۶- دنباله  $t_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$  را در نظر بگیرید. مجموع کوچکترین جمله و بزرگترین جمله آن چقدر خواهد بود؟

۷- چه تعداد از جمله‌های دنباله  $a_n = (-1)^n n^2$  بین دو عدد ۱۲۰ و ۵۳۰ قرار می‌گیرد؟

۸- دنباله  $a_n = \frac{n^2 + 4n + 15}{n+3}$  چند جمله طبیعی دارد؟

## درس ۴- دنباله های حسابی و هندسی

۱- جاهای خالی را با عدد و عبارت مناسب پر نمایید.

الف) هر دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت ..... است و با قدر نسبت منفی ..... است.

ب) اگر سه جمله با هم (دنباله حسابی) باشند همیشه جمله وسط ..... بین دو جمله دیگر است.

ج) در یک دنباله هندسی که جمله چهارم و هشتم آن ۲۴ و ۳۸۴ است، جمله ششم ..... است.

د) در یک دنباله هندسی که جمله اول ۱- و قدر نسبت آن  $-\frac{3}{2}$  است،  $-\frac{729}{64}$  می تواند جمله ..... آن

باشد.

۲- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) کدام گزینه زیر یک دنباله حسابی است؟

(۲) ... و ۴ و ۴ و ۴ و ۴

(۱) ... و ۲۴ و ۱۲ و ۳ و ۶

(۴) ... و ۱۰۰۰ و ۱۰۰ و ۱۰

(۳) ... و  $2\sqrt{2}$  و  $1 + \sqrt{2}$  و  $1 + \sqrt{2}$  و  $1 + \sqrt{2}$

۴- اگر جمله اول یک دنباله حسابی ۲ و جمله چهاردهم آن ۶۷ باشد، جمله سی و دوم آن را بیابید.

۵- اگر مجموع جملات ۲۳ ام و ۴۱ ام در یک دنباله حسابی ۲۰۰ باشد، جمله ۳۲ ام آن کدام است؟

□ ۶- اگر بین ۱۰ و ۵۰ هفت واسطه حسابی درج شود، واسطه پنجم چه عددی خواهد بود؟

□ ۷-  $m$  را طوری بیابید که جملات مقابل یک دنباله حسابی باشند.

$$8m+1 \text{ و } 10m+3 \text{ و } 12m+5$$

□ ۸- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت  $\frac{1}{2}$  بین  $-\frac{3}{2}$  و ۱۲ چند جمله وجود دارد؟

□ ۹-  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که عبارت  $5a+b+1$  و  $2a+3b-2$  و  $2a+b+1$  و  $a+b$  به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند.

□ ۱۰- در یک دنباله عددی داریم:  $a_n = \frac{3}{2}n - 5$

مجموع ۱۵ جمله اول این تصاعد را بدست آورید.

□ ۱۱- در یک دنباله عددی مجموع بیست جمله اول چقدر خواهد بود، در صورتی که بدانیم جمله اول دنباله ۳۵ و

قدر نسبت  $\frac{5}{3}$  است.

□ ۱۲- در یک دنباله عددی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع ۱۲ جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم را به دست آورید.

□ ۱۳- سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی که مجموعشان ۴۵ و حاصل ضربشان ۳۰۰۰ است را بیابید.

### دنباله هندسی:

□ ۱۴- به ازای چه مقدار  $x$  عبارت  $x+12$  و  $x$  و  $-x+8$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی خواهند بود؟

□ ۱۵- بین دو عدد  $\frac{1}{۳۲}$  و  $\frac{1}{۴}$  دو واسطه هندسی درج کرده ایم. مجموع این واسطه ها چقدر است؟

□ ۱۶- بین دو عدد ۶ و ۱۹۲، به تعداد ۴ واسطه هندسی درج کرده ایم. مجموع این واسطه ها چقدر است؟

□ ۱۷- در یک دنباله هندسی جمله دهم بیست و هفت برابر جمله پنجم است. نسبت جمله های متوالی در این دنباله چقدر است؟

□ ۱۸- مجموع ۱۰ جمله اول از یک دنباله هندسی که قدر نسبت آن ۲- و جمله اول آن ۳ است را بیابید.

□ ۱۹- مجموع سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی ۳۱ و حاصل ضربشان ۱۲۵ است. قدر نسبت دنباله را بیابید.

□ ۲۰- مجموع جمله های اول و چهارم یک دنباله هندسی ۵۶ و مجموع جمله دوم و سوم آن ۲۴ است. جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

□ ۲۱- در یک دنباله هندسی جمله چهارم ۸ برابر جمله اول است. اگر جمله ششم ۲۴ باشد، مجموع قدر نسبت و جمله اول را به دست آورید.

□ ۲۲- در یک دنباله هندسی ۶ جمله ای، مجموع ۲ جمله اول ۸۱ و مجموع دو جمله آخر ۱۶ است. قدر نسبت ۶ جمله را بدست آورید.

□ ۲۳- در دنباله هندسی ... و ۴ و ۲ و ۱ مجموع ۱۴ جمله اول چند برابر مجموع هفت جمله اول آن است؟



□ ۲۹- جملات (۵) و پنجم و (۵) از یک دنباله حسابی می‌توانند ۳ جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.  
قدر نسبت دنباله هندسی چیست؟

□ ۳۰- در یک دنباله هندسی جمله (۵) ، دو برابر جمله پنجم و جمله هشتم سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی اند.  
قدر نسبت دنباله هندسی را بیابید.

□ ۳۱- در یک دنباله عددی با جمله اول ۳ و قدر نسبت ۵ مجموع جمله (۵) تا چهلم چقدر می‌شود؟

□ ۳۲- در یک دنباله هندسی با جمله اول ۶- و قدر نسبت ۲ مجموع جملات بیست و پنجم تا سی ام چقدر می‌شود؟

□ ۳۳- حاصل ضرب ۲۰ جمله اول یک تصاعد هندسی که جمله اول آن ۵ و قدر نسبت آن ۴ می‌باشد را بدست آورید.