

در این بخش فصل های فیزیک و اندازه گیری و بردارها را به صورت جمع و جور و خلاصه همراه با حل تست های کنکور سال های اخیر برای شما عزیزان آماده کرده ایم که توصیه میکنم حتما حتما (این سوالات و تست ها را کامل حل کنید . حتی با وجود اینکه دیگه سوالی به صورت مستقیم از بردارها در کنکور مطرح نشده !

دو مبحث از ریاضی وجود داره که اگه اونو رو خیلی خوب بلد باشید ، میتونید بسیار با قدرت و اعتماد به نفس به مصاف فیزیک برید ! اون ۲ مبحث مثلثات و بردارها هستند . بردارها رو خوب یاد بگیرید ، مثلثات رو هم بعدا میگیریم



فیزیک و اندازه گیری و بردارها

واژه فیزیک برگرفته از واژه باستانی یونانی *physis* به معنای طبیعت و ماهیت است.

دانشمندان فیزیک برای توصیف و توضیح پدیده ها از } قانون
مدل } استفاده می کنند ، و دو ویژگی
نظریه فیزیکی }
آزمون پذیری }
نقطه قوت دانش }
اصلاح نظریه های فیزیکی }
فیزیک است.

همانطور که اشاره شد ، نظریه های اتمی در طول زمان اصلاح می شوند . برای مثال در زیر تکامل نظریه ی اتمی در طول زمان را مشاهده می کنید:

مدل توپ بیلیارد	مدل کیک کشمشی	مدل هسته ای	مدل سیاره ای	مدل ابر الکترونی
دالتون	تامسون	رادرفورد	بور	شرودینگر

مدل سازی در فیزیک :

مدل سازی در فیزیک فرآیندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی ، آنقدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

دستگاه بین المللی یکاها (SI):

تعداد کمیت های فیزیکی بسیار زیادند اما فقط تعداد اندکی از آنها مستقل از یکدیگرند که آنها را کمیت های اصلی می نامند .

جدول ۱-۱ کمیت‌های اصلی و یکای آنها		
کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

جدول ۲-۱ چند مثال از یکاهای فرعی که در فصل‌های این کتاب استفاده شده‌اند		
کمیت	یکای SI	یکای فرعی
تندی و سرعت	m/s	m/s
شتاب	m/s ²	m/s ²
نیرو	نیوتون (N)	kg m/s ²
فشار	پاسکال (Pa)	kg/ms ²
انرژی	ژول (J)	kg m ² /s ²

انواع کمیت‌های فیزیکی :

کمیت نرده ای یا اسکالر : کمیت‌هایی که فقط با یک عدد به همراه یکای آن مشخص می‌شوند. مانند جرم، طول، زمان و ...

کمیت برداری : کمیت‌هایی که علاوه بر یک عدد به همراه یکای آن به یک جهت نیز برای معرفی کامل نیاز دارند. مانند چابچایی، سرعت و ...

پیشوند یکاها در فیزیک :

در فیزیک محدوده اندازه‌ها بسیار بزرگ است و از عددهای بسیار کوچک تا عددهای بسیار بزرگ را شامل می‌شود. بنابراین برای سهولت در نشان دادن این اعداد از پیشوندهایی برای یکاها استفاده می‌شود که به صورت دو جدول زیر نشان داده شده‌اند.

جدول ۱-۶ پیشوندهای یکاها					
ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
۱۰ ^{۲۴}	یوتا	Y	۱۰ ^{-۲۴}	یوکتو	y
۱۰ ^{۲۱}	زتا	Z	۱۰ ^{-۲۱}	زیتو	z
۱۰ ^{۱۸}	اِگزا	E	۱۰ ^{-۱۸}	آتو	a
۱۰ ^{۱۵}	پتا	P	۱۰ ^{-۱۵}	فمتو	f
۱۰ ^{۱۲}	ترا	T	۱۰ ^{-۱۲}	پیکو	p
۱۰ ^۹	گیگا (جیگا)	G	۱۰ ^{-۹}	نانو	n
۱۰ ^۶	مگا	M	۱۰ ^{-۶}	میکرو	μ
۱۰ ^۳	کیلو	k	۱۰ ^{-۳}	میلی	m
۱۰ ^۲	هکتو	h	۱۰ ^{-۲}	سانتی	c
۱۰ ^۱	دکا	da	۱۰ ^{-۱}	دسی	d

پیشوندهایی که کاربرد بیشتری دارند و بهتر است آنها را به خاطر بسپارید با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.

تبدیل یکاها:

تبدیل یکاها را می توان مهمترین مبحث فصل فیزیک و اندازه گیری دانست که باید اون رو خیلی خیلی خوب یاد بگیرید

گاهی اوقات نیاز است عددی را که بر حسب یک پیشوند نوشته شده بر حسب یک پیشوند دیگر بنویسیم که به این عمل تبدیل واحد گویند. بهترین راه برای تبدیل یکاها تشکیل معادله است. به مثال زیر دقت کنید:

$$۲۵\mu m = \square nm \quad \text{مثال ۱:}$$

$$\square = \frac{۲۵\mu m}{nm} = \frac{۲۵ \times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۹}} = ۲۵ \times ۱۰^۳$$

$$۱۵(\mu m)^۲ = \square (mm)^۲ \quad \text{مثال ۲:}$$

$$\square = \frac{۱۵(\mu m)^۲}{(mm)^۲} = \frac{۱۵ \times (۱۰^{-۶})^۲}{(۱۰^{-۳})^۲} = \frac{۱۵ \times ۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۶}} = ۱۵ \times ۱۰^{-۶}$$

تست - اگر مدت زمان انجام یک واکنش هسته ای $۱۷ \times ۱۰^۷ ns$ باشد، برای انجام ۳ واکنش هسته ای متوالی چند میلی ثانیه زمان لازم است؟

$$۱۷۰ (۴) \quad ۵۰ (۳) \quad ۵ (۲) \quad ۱۷ (۱)$$

حل: ابتدا مدت زمان لازم برای انجام یک واکنش هسته ای را بر حسب میلی ثانیه بدست می آوریم و سپس آن را ضرب در ۳ می کنیم

$$۱۷ \times ۱۰^۷ ns = \square ms \rightarrow \square = \frac{۱۷ \times ۱۰^۷ ns}{ms} = \frac{۱۷ \times ۱۰^۷ \times ۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۳}} = ۱۷۰$$

$$t = ۱۷۰ ms \times ۳ = ۵۱۰ ms$$

نکاتی در مورد یک اندازه گیری واقعی:

دقت اندازه گیری: کمترین مقداری را که یک وسیله اندازه گیری می تواند اندازه بگیرد، دقت اندازه گیری با آن وسیله می نامند. در اندازه گیری ها، نباید عدد بدست آمده مقداری کمتر از دقت اندازه گیری را نشان دهد.

رقم غیر قطعی: به رقم آخر هر اندازه گیری، رقم غیر قطعی گویند.

رقم های با معنا در یک اندازه گیری: در یک عدد گزارش شده حاصل از یک اندازه گیری، رقم های با معنی با اولین رقم غیر صفر (سمت چپ) آغاز و با رقم غیر قطعی پایان می یابند.

تست - با یک خط کش که بر حسب میلی متر مدرج شده است، طولی را اندازه گرفته ایم. کدام اندازه بر حسب سانتی متر درست نوشته شده است؟ (سراسری ریاضی ۷۷)

$$۷,۳۵ (۴) \quad ۷,۳ (۳) \quad ۷,۲۹ (۲) \quad ۷ (۱)$$

حل: با توجه به اطلاعاتی که در مورد خط کش داده شده است باید گزینه ای را انتخاب کنیم که در آن دقت اندازه گیری در حد میلی متر باشد.

- ❖ در گزینه ۱ دقت اندازه گیری در حد سانتی متر است
- ❖ در گزینه ۲ دقت اندازه گیری در حد (۰,۰۱ سانتی متر است که برابر با ۰,۱ میلی متر است
- ❖ در گزینه ۳ دقت اندازه گیری در حد میلی متر است
- ❖ در گزینه ۴ دقت اندازه گیری در حد (۰,۰۱ سانتی متر است که برابر با ۰,۱ میلی متر است

بنابراین گزینه ۳ جواب درست تست است

تست - فاصله ی بین دو نقطه به شکل چهار گزینه ی زیر اعلام شده است. دقت اندازه گیری در کدام یک بیشتر است؟ (سراسری ریاضی (۸)

۸.۷۹۰۰ × ۱۰^۳ m (۴)

۸۷۹۰۰۰۰ mm (۳)

۸.۷۹۰ × ۱۰^۶ mm (۲)

۸.۷۹ km (۱)

حل : ابتدا در همه ی گزینه ها دقت اندازه گیری را تعیین میکنیم

- ❖ در گزینه ۱ دقت اندازه گیری در حد (۰,۰۱ کیلومتر است که برابر است با ۱۰m)
- ❖ در گزینه ۲ دقت اندازه گیری در حد $10^6 mm \times (0.01)$ است که برابر است با ۱m
- ❖ در گزینه ۳ دقت اندازه گیری در حد ۱mm است
- ❖ در گزینه ۴ دقت اندازه گیری در حد $10^3 m \times (0.0001)$ است که برابر است با ۰.۱m

بنابراین بیشترین دقت اندازه گیری را در گزینه ۳ داریم .

تست - طول جسمی با چهار وسیله مختلف اندازه گیری شده و عددهای زیر به دست آمده است. دقت اندازه گیری کدام وسیله بیشتر است؟ (آزمون های قلمچی)

۱۶۸ cm (۴)

۱.۶۸ m (۳)

۱.۶۸۰ × ۱۰^۳ mm (۲)

۱.۶۸ × ۱۰^۶ μm (۱)

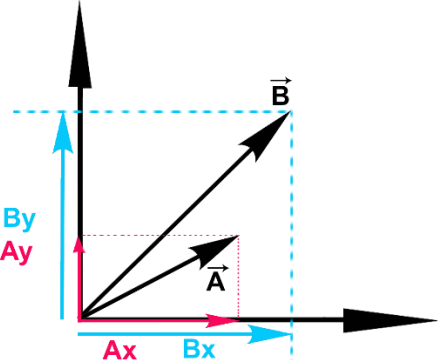
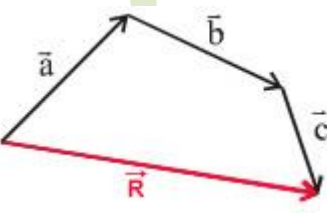
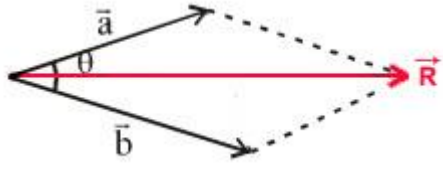
حل : ابتدا در همه گزینه ها دقت اندازه گیری را تعیین میکنیم

- ❖ در گزینه ۱ دقت اندازه گیری در حد $10^6 \mu m \times (0.01)$ است که برابر است با ۱۰mm (یا ۱cm)
- ❖ در گزینه ۲ دقت اندازه گیری در حد $10^3 mm \times (0.0001)$ است که برابر است با ۱mm
- ❖ در گزینه ۳ دقت اندازه گیری در حد (۰,۰۱ m است که برابر است با ۱cm)
- ❖ در گزینه ۴ دقت اندازه گیری در حد ۱cm است

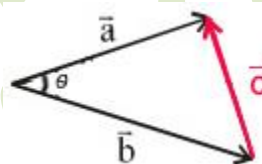
بنابراین گزینه ۲ جواب درست تست است

همونطور که قبلا اشاره کردیم برخی از کمیت های فیزیکی به صورت برداری هستند. برای انجام روابط ریاضی روی کمیت های برداری ما باید قوانین خاص مربوط به روابط برداری را یاد بگیریم

برآیند: حاصل جمع چند بردار را برآیند آنها می نامند که به سه روش متوازی الاضلاع، مثلث و تجزیه قابل محاسبه است. که به صورت جدول زیر خلاصه شده است

روش تجزیه	روش مثلث یا روش چند ضلعی	روش متوازی الاضلاع
همه پردازها را بر راستای x و y تجزیه میکنیم . برآیند پردازها در راستای x را R_x و در راستای y را R_y می نامیم	در این روش پردازها را به دنبال هم رسم میکنیم و سپس بردار برآیند را از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر وصل میکنیم	دو بردار را از یک نقطه رسم میکنیم و طبق شکل یک متوازی الاضلاع فرضی را رسم میکنیم، بردار برآیند قطر متوازی الاضلاع است
		
$ R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$	$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$

برای بدست آوردن **تفاضل** دو بردار، آن ها را مطابق شکل از یک نقطه رسم میکنیم، سپس از انتهای دومی به انتهای اولی وصل میکنیم.



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow |C| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

نکات و حالت های خاص:

- 1 برآیند دو بردار همواره بین دو بردار قرار دارد و با بردار بزرگتر، زاویه ی کوچکتری می سازد.
- 2 اگر اندازه دو بردار با هم برابر باشند برآیند و تفاضل را میتوانیم با استفاده از روابط ساده تری بدست آوریم:

$$\text{اگر } |a| = |b| \rightarrow \text{آنگاه } \begin{cases} |R| = 2a \cos \frac{\theta}{2} \\ |C| = 2a \sin \frac{\theta}{2} \end{cases}$$

❖ در این حالت پردازهای برآیند و تفاضل مانند قطرهای لوزی می شوند که همواره بر هم عمودند.

اگر برآیند و تفاضل دو بردار هم اندازه $|a| = |b|$ را برای زوایای خاص بدست آوریم به صورت زیر است که اگر حفظش کنید خیلی کار خوبی میکنید!

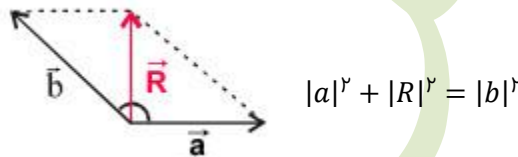
زاویه θ	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 120^\circ$	$\theta = 180^\circ$
برآیند بردارها	$2a$	$\sqrt{3}a$	$\sqrt{2}a$	a	0
تفاضل بردارها	0	a	$\sqrt{2}a$	$\sqrt{3}a$	$2a$

برای راحت حفظ کردنش توجه کنید که ترتیب ردیف دوم برعکس ترتیب ردیف اوله!

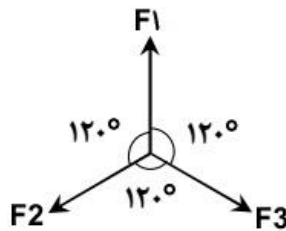
3 اگر زاویه ی بین دو بردار را از صفر تا 180° تغییر دهیم، بزرگی برآیند آنها کاهش یافته و بزرگی تفاضل آنها افزایش می یابد.

4 اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود باشند اندازه تفاضل و برآیند این دو بردار برابر است. $|R| = |C| = \sqrt{a^2 + b^2}$

5 در صورتی که بردار برآیند بر یکی از بردارها عمود باشد بردار برآیند را با استفاده از رابطه فیثاغورت خواهیم داشت:



6 در صورتی که مطابق شکل، سه بردار هم اندازه ی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 و \vec{F}_3 با یکدیگر دوطرفه دو زاویه ی 120° درجه بسازند، برآیند آنها صفر است.



تست - دو نیروی $\vec{F}_1 = 5N$ و $\vec{F}_2 = 10N$ به نقطه ای اثر می کنند. اگر زاویه ی بین این ۲ نیرو 120° درجه باشد، اندازه برآیند آن ها چند نیوتون؟ (سراسری تجربی ۹۲)

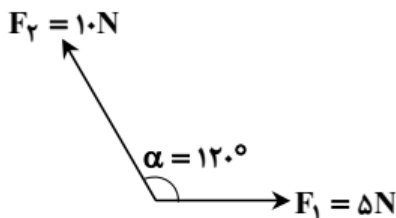
$7.5\sqrt{2}$ (۴)

$7.5\sqrt{3}$ (۳)

$5\sqrt{2}$ (۲)

$5\sqrt{3}$ (۱)

حل: با استفاده از رابطه ی برآیند به صورت متوازی الاضلاع خواهیم داشت:

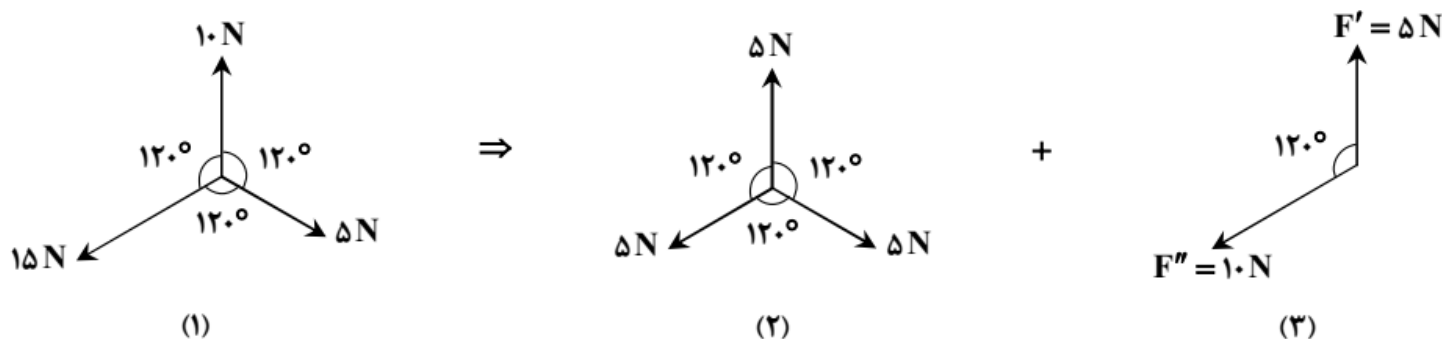


$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow |R| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$= \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10 \times \cos 120^\circ} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} N$$

تست - سه نیروی F_1 و F_2 و F_3 دوطرفه دو با هم زاویه ی 120° درجه می سازند. اگر اندازه ی نیروها به ترتیب ۵ و ۱۰ و ۵ نیوتون باشد، برآیند آنها چند نیوتون است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

حل: با توجه به نکته ۶ می دانیم که برآیند سه نیروی هم اندازه که با هم زاویه ی ۱۲۰ می سازند، صفر است. بنابراین به جای استفاده از شکل (۱)، از شکل های (۲) و (۳) استفاده می کنیم:



برآیند شکل (۲) که صفر است، بنابراین کافی است که فقط شکل (۳) را در نظر بگیریم ...

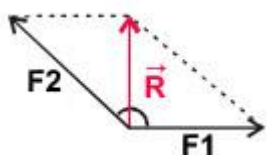
$$\vec{R} = \vec{F}' + \vec{F}'' \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{F'^2 + F''^2 + 2F'F'' \cos \theta} = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 5 \times 10 \times \cos 120} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

تست - برآیند دو نیروی F_1 و F_2 بر نیروی F_1 عمود و هم اندازه با آن است، نسبت $\left| \frac{F_1}{F_2} \right|$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۰)

۲ (۴)

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

حل: با توجه به عمود بودن برآیند دو بردار بر بردار F_1 و هم اندازه بودن بردار برآیند با بردار F_1 ، بردارها وضعیتی مطابق شکل مقابل دارند: روشن سریع:

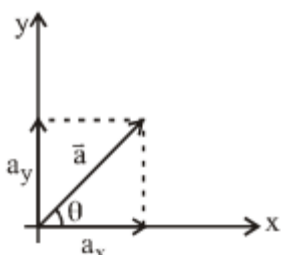


با استفاده از نکته ۵ به راحتی خواهیم داشت:

$$|\vec{F}_1|^2 + |\vec{R}|^2 = |\vec{F}_2|^2 \Rightarrow 2|\vec{F}_1|^2 = |\vec{F}_2|^2 \Rightarrow \left| \frac{F_1}{F_2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

تجزیه یک بردار به دو مؤلفه افقی و عمودی (دستگاه i و j):

هر بردار در صفحه ی x و y را می توان بر حسب دو بردار در راستای x و y تجزیه کرد و حاصل آن را بر حسب بردارهای یک ی i و j نشان داد.



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

نکات:

1 جمع و تفریق دو بردار در دستگاه i و j

$$\begin{cases} \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \\ \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} \\ \vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x) \vec{i} + (a_y - b_y) \vec{j} \end{cases}$$

2 زاویه θ بردار \vec{a} با محور x ها

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

3 دو بردار موازی با هم در دستگاه i و j

$$\text{دو بردار موازیند} \begin{cases} \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \\ \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} \end{cases} \rightarrow \text{اگر} \rightarrow \begin{cases} b_x = k a_x \\ b_y = k a_y \end{cases}$$

4 دو بردار عمود بر هم در دستگاه i و j

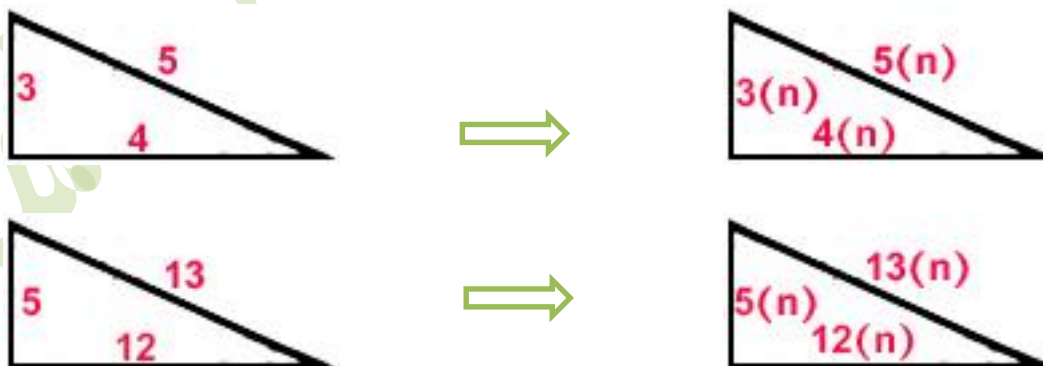
$$\text{دو بردار عمودند} \begin{cases} \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \\ \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} \end{cases} \rightarrow \text{اگر} \rightarrow a_x b_x + a_y b_y = 0$$

اعداد فیثاغورثی

نکته!



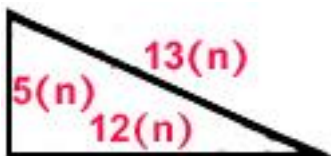
بچه ها این نکته رو خوب یاد بگیرید چون در خیلی از سوالات ممکنه به دردتون بخوره و کلی از حجم محاسباتتون کم می کنه ...



برای مثال اگر بخواهیم اندازه i یک بردار را که به صورت $\vec{a} = 10\vec{i} + 24\vec{j}$ است بدست آوریم خواهیم داشت:

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} \rightarrow |a| = 26$$

میدونید که این محاسبه تا حدی زمانبر است و امکان اشتباه را هم بالا می برد. اما با استفاده از نکته ی اعداد فیثاغورثی به راحتی و بدون هیچ محاسبه ای میتونید اندازه این بردار را بدست بیارید!



تست - اگر $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ و $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 5N$ باشد، اندازه ی $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3|$ چند نیوتون است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

صفر (۱)

حل: با توجه به صفر شدن بردارها خواهیم داشت:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

با جایگذاری در $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3|$ داریم:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3| = |-\vec{F}_3 - \vec{F}_3| = |-2\vec{F}_3| = 2|\vec{F}_3| = 10N$$

تست - مجموع دو بردار $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ و \vec{B} برداری در جهت مثبت محور y و هم اندازه با بردار \vec{A} است. بزرگی $\vec{A} - \vec{B}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

۹√۵ (۴)

۹√۳ (۳)

۹√۲ (۲)

۹ (۱)

حل: با توجه به اطلاعات مسئله می دانیم $\vec{A} + \vec{B} = 15\vec{j}$ و $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ است. در این تیپ تست ها باید با روابط چبری ساده، اون عاملی که میخوایم بدستش بیاریم رو ایجاد کنیم، که در اینجا برای محاسبه ی $\vec{A} - \vec{B}$ کافی است $\vec{A} + \vec{B}$ را قرینه کرده و با $2\vec{A}$ جمع کنیم:

$$\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{A} - (\vec{A} + \vec{B}) = 2(9\vec{i} + 12\vec{j}) - (15\vec{j}) = 18\vec{i} + 9\vec{j}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(2 \times 9)^2 + 9^2} = \sqrt{5 \times 9^2} = 9\sqrt{5}$$

تست - اگر $\vec{A} + \vec{B} = 6\vec{i} + 17\vec{j}$ و $\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ باشد، بزرگی بردار \vec{B} چقدر است؟ (سراسری ریاضی ۹۳ خارج کشور)

۴√۲ (۴)

۴ (۳)

۲√۲ (۲)

۲ (۱)

حل: در این تیپ تست ها باید با روابط چبری ساده، اون عاملی که میخوایم بدستش بیاریم رو ایجاد کنیم. در اینجا داریم:

$$(\vec{A} + \vec{B}) - (\vec{A} - \vec{B}) = 2\vec{B} \rightarrow (6\vec{i} + 17\vec{j}) - (2\vec{i} + 4\vec{j}) = 2\vec{B} \Rightarrow 2\vec{B} = 4\vec{i} + 13\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = 2\vec{i} + 6.5\vec{j}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{2^2 + 13^2} = 13.6$$